

Une mathématique de la représentation

Francis Courtès

**Édition électronique**

URL : <http://journals.openedition.org/baroque/577>

DOI : 10.4000/baroque.577

ISSN : 2261-639X

Éditeur :

Centre de recherches historiques - EHESS, Éditions Cocagne

Édition imprimée

Date de publication : 15 janvier 1987

ISSN : 0067-4222

Référence électronique

Francis Courtès, « Une mathématique de la représentation », *Baroque* [En ligne], 12 | 1987, mis en ligne le 25 juillet 2013, consulté le 11 juin 2020. URL : <http://journals.openedition.org/baroque/577> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/baroque.577>

Ce document a été généré automatiquement le 11 juin 2020.

© Tous droits réservés

Une mathématique de la représentation

Francis Courtès

I

- 1 Nous voici devant deux concepts, dont l'exigence simultanée, intersection de leurs deux ensembles, a quelque chose de provocant dans leur restriction conjuguée ; pour tout dire : dans leur élitisme. Contre quoi il importe de se tenir en garde, plutôt que de s'en justifier. À cela tendait, il y a trente ou quarante années, cette pédagogie de la redécouverte¹ que l'on a remise à la mode et qui, nous recommandant les petits faits prometteurs, nous suggère d'y chercher notre point de départ, et nous assure de sa clémence s'ils devenaient notre refuge. Les sources d'inspiration qui semblaient s'imposer, dans cet esprit de complaisance, diront d'elles-mêmes assez clairement les limites de leur pittoresque, par un fond d'impropriété qui interdit qu'on les prenne pour des illustrations du projet que nous tentons ici de définir.
- 2 1. La première de ces suggestions difficiles à éviter nous vient de la faveur d'une époque pour la science de la perspective. Le *Thaumaturgus opticus*² de 1646 fournit une bibliographie : six titres au seizième siècle, depuis 1521 ; mais quatorze à partir de 1611, dont un par an jusqu'à 1614, trois pour la seule année 1625. Encore ne mentionne-t-elle que les livres spécialisés, consacrés *ex instituto* à cette nouvelle discipline. Elle serait bien plus étendue si elle recensait les sources connues de son auteur (Dürer, Alberti, Vitellion, Porta, Scheiner, Clavius, Hérigone et tellement d'autres) dès son premier ouvrage³, de 1638 ; plus instructive surtout si elle se doublait d'une iconographie, d'un inventaire des documents (peintures, collections, appareils).
- 3 Toute cette abondance témoigne d'un intérêt constant, et très largement répandu, pour l'ensemble des problèmes de la représentation. Mais des titres eux-mêmes et de leurs énoncés une précision semble se dégager : à partir de 1611, date à laquelle Ignace Danti commente en qualité de mathématicien⁴ les règles pratiques de Vignole, la perspective s'affirme comme un art *scientifique*⁵, sinon *spéculatif*⁶, étayé de raisons⁷, assuré de ses

fondements, proche parent de l'Optique, de la Catoptrique et de la Dioptrique. L'astuce du peintre artisan recule devant la méthode. L'objet de la peinture étant de manifester les dimensions et les distances⁸, elle est sur la même route que les métrologies du ciel et de la terre, astronomie et arpentage⁹, qu'elle parcourt en sens inverse, de la chose même à son image. Même remarque pour la sculpture : une statue de Phidias est réputée prévue pour être belle une fois posée, selon la hauteur de son socle, et selon sa hauteur à elle¹⁰. Et comme les proportions sont le domaine de l'optique, on ne saurait voir ni concevoir d'artiste qui n'y soit savant : que l'on prenne Monsieur Vouët premier peintre du Roy ou Monsieur Laurent de la Hire, « leurs ouvrages nous font assez cognoistre qu'ils [en] suivent toutes les maximes » ; « toutes les fautes au contraire et les impertinences » faites par le commun procèdent, réciproquement, « de l'ignorance de ces principes¹¹ ».

- 4 Il s'agit de « s'instruire en la science », comme propose un auteur de 1625. Or qui dit connaissance, préceptes véritables et généraux, et refuse, pour eux, les « divers instruments » où l'opération de perspective « se fait tout mechaniquement », celui-là se déclare contemporain de Descartes, solidaire de l'antithèse entre le mécanique et le géométrique, et se range du côté de la géométrie. C'est dans les termes de cette science qu'il définira donc la représentation. Les *préludes géométriques* sont le code voulu par Nicéron, l'effort de langage requis pour une traduction, pour une expression scientifique. Du côté de l'œuvre et de son auteur « la perspective positive est un art, qui enseigne à représenter sur quelque plan que ce soit, les choses comme elles apparaissent à la veüe¹² » ; pour son critique voici le problème général : « Un point estant donné au plan Geometral, trouver l'apparence du mesme point au plan perspectif, ou dans le tableau¹³ » Ligne de terre (bas du tableau, ligne commune au plan géométral et au plan perspectif), point principal (sur l'horizon, « opposé à l'œil du regardant »), point de distance (équivalent géométrique du spectateur) sont les facteurs de la construction qui pour tout point du plan géométrique fera trouver son apparence dans le plan du tableau par double projection sur la ligne de terre, donnant lieu respectivement au tracé de la radiale (vers le point principal) et de la diagonale (vers le point de distance), l'intersection des deux étant le point cherché.
- 5 Une fois acquis le fait qu'une droite est représentée par une droite, la représentation d'une figure rectiligne ne requiert que celle de ses sommets. Celle d'une courbe n'est aisée que pour certaines positions du cercle. Que Nicéron s'en tienne aux cas privilégiés au lieu de s'engager dans le choix des points de repère, cela prouve du respect pour la géométrie, ou de la crainte, dans l'abstention. Jalonnement et découpage conviennent en effet aux méthodes fractionnelles et répétitives plus soucieuses de commodité que de différence intrinsèque entre l'objet quelconque et le corps régulier¹⁴. Inversement l'attention de l'auteur aux polyèdres¹⁵ et d'abord aux cinq fondamentaux pourrait confirmer sa prudence en confiance positive dans la priorité de la géométrie.
- 6 Mais de quelle nature est cette préséance ? N'est-il pas inquiétant qu'elle soit, par tant de signes, donnée pour volontaire ? Il lui manque d'être effective aux passages décisifs où nous la chercherions. Par quelle nécessité la représentation d'une droite dont chaque point donne lieu à quatre constructions est-elle encore une ligne droite ? La géométrie est-elle en peine de théorèmes d'alignement ? L'admettre ferait bien peu de cas de Ménélaüs ou de Desargues. Nicéron se borne à omettre la possibilité d'une démonstration, mettant que la droite menée par les apparences de deux points est

l'apparence requise de la droite qui les joint « parce que les lignes droictes ne changent point de nature pour estre veuës en un tableau¹⁶ ».

- 7 Cette lacune inspire au lecteur de la *Perspective curieuse* le sentiment d'être plutôt archéologue qu'historien, et d'avoir devant soi une sorte d'objet de fouille, incomplet ou inachevé. Contre une pareille accusation Nicéron s'estime défendu par la finalité de son livre et la nature de son public, qu'il cherche à l'extérieur de la vie scientifique. L'épigraphe de l'ouvrage (qui sera retirée des éditions suivantes¹⁷) le dit avec quelque mordant : καὶ ἀγεομέτητος εἰ σίτω, entrée libre à ceux mêmes qui ne sont pas géomètres ; il peut lui arriver d'être lu par des doctes, pourtant n'est pas fait pour eux, éloignés qu'ils sont des préludes. Son plan tient à un but, qui est d'« instruire les simples », et d'être « compris de ceux mêmes qui ne font pas profession des lettres¹⁸ ».
- 8 Quelle instruction, quelle formation ? Qu'une ouverture théorique soit offerte aux hommes de l'art, c'est sans doute un projet possible, que facilitent, de surcroît, bien des aspects de leur mémoire. Si l'on appelle vulgariser rattacher aux conduites familières le schéma d'un résultat scientifique, la pratique de la section d'or fournit généreusement au vulgarisateur toutes sortes de prises, à saisir notamment pour montrer quels usages en a su faire Euclide, tant de fois dans ses *Eléments*¹⁹. L'occasion était belle, avec la construction du décagone régulier²⁰, dans le rapport de son côté au rayon du cercle circonscrit²¹. Et comment ne pas étendre la régularité au décagone en étoile, dont l'association au décagone convexe crée des droites antiparallèles porteuses d'une relation qui les fait apparaître comme projetées obliquement à partir d'un triangle rectangle²² ? De tout cela pourtant Nicéron ne souffle mot. Ce qu'il enseigne n'est pas vraiment de la géométrie. Ce sont des recettes quelquefois supérieures à celles du passé, pour des raisons que le lecteur aura à retrouver (s'il y tient) aidé de succinctes références, mais que surtout l'utilisateur pourra vérifier par la règle et le compas : « méthode... plus expéditive²³ » pour l'inscription du décagone, que la « spéculation » tout abstraite d'Euclide, effectivement plus lourde de ce qui la démontre.
- 9 Traiter pour la pratique plus que pour la théorie veut la mise à l'écart de ce qui paraît « trop docte ». Et voilà l'art promu arbitre, décidant sur le préférable, sanctionnant l'inutile, l'incommode, l'infructueux. Où la rigueur n'est plus souveraine, il faut craindre pour le règlement des litiges :

[...] encore qu'en la plupart des propositions la pratique s'accorde avec la démonstration : En quelques-unes, neantmoins il y a des methodes purement mechaniques, qui semblent y repugner, et neantmoins produisent un bel effet dans la pratique.²⁴

Le dessin difforme à tracer en vue d'une image correcte à fournir au moyen d'un miroir cylindrique²⁵ se construit en effet selon une variante de la classique mise au carreau, où, les aires correspondantes étant la couronne et le rectangle, les montantes et les traversantes auraient à devenir des rayons et des cercles²⁶. D'une telle procédure la trigonométrie serait évidemment plus proche, principalement à cause des tables qui, dressées par subdivisions sur la base de valeurs-repères, apportent simplement une machine de plus, en forme de « livret portatif²⁷ ».
- 10 Il importe que l'invention ne s'enferme pas dans le discours, et porte les sens plus haut qu'eux-mêmes par la beauté. C'est là, dit Nicéron,

[...] ce qui me fait renoncer à cette maxime de Platon, qui rejettoit du rang des Mathematiques tout ce qui estoit attaché à la matiere, et croyoit que cette science commençoit à degenerer de sa pureté, quand elle produisoit au dehors quelque effet sensible et materiel des verités qu'elle enseigne.²⁸

L'accent porte décidément sur les deux mots *sens* et *matière*. Mais en vertu de quelle pensée ? Que l'artifice soit un substitut de la nature, c'est bien banal. Que l'apparence perspective soit extérieure au géométral²⁹ (la scénographie à l'ichnographie) constitue, en revanche, une sorte d'aveu : elle relève en cela d'une géométrie *moindre*. Que le peintre utilise la vitre pour y poser des marques et puis les reproduire, ou des poncifs et du charbon ; qu'il obtienne, des rayons lumineux d'une chandelle, une simulation du rayon visuel, tout cela converge vers l'idée que la représentation relève de la physique, et nous échappe comme tout le restant de la nature par ce qui est dérobé aux sens, les processus et les matières³⁰ ; ce par quoi la nature s'adresse à notre vue ne peut être que naturel ; la nature fait l'unité des représentations aussi hétérogènes que la colombe d'Archytas et les miroirs d'Archimède³¹. Science égale perfection de tout pouvoir, même politique. La représentation est la réalité dans son action figurative, imitative de soi-même.

- 11 2. Une égale vocation pour la métamorphose unit le langage à l'image. *L'herbe est langue aux jardins, la feuille l'est aux bois*³² ; la géographie de la culture dessine des parcours sonores et dresse la carte des bruits. Dans le rapprochement des familles de la parole et du regard naît, par tumulte et profusion, l'émerveillement poétique. Comme l'œil est saphir, la bouche est de corail ; à l'éclat répond la musique ; mais aussi, comme au reflet l'écho, à la fumée qui cache le vent qui assourdit, et à l'illusion le mensonge. Au jeu des formes celui des mots, jusqu'à l'effacement et la dislocation ; cette œuvre de silence ou de chaos est le chiffre.
- 12 Partant de la perspective on y serait conduit par Alberti, Kircher et encore Nicéron, qui ont traité de l'une et de l'autre³³. Mauvais augure, donnant à craindre un nouveau glissement vers le naturalisme, que confirment d'ailleurs quelques titres d'ouvrages comme la *Magia naturalis* de Jean-Baptiste Porta, ou le *Thaumaturgus physicus* de Gaspard Schott, tous deux en effet débouchant sur la science du chiffrement³⁴.
- 13 Or c'est seulement par abus que la littérature du chiffre, autrement prospère et ancienne, pourrait être enfermée dans cette unique tendance. Simple note, pour rappeler combien elle est diverse ; dès 1586 Blaise de Vigenère dans son *Traicté des chiffres*³⁵ ne manque pas de prédécesseurs à maltraiter ou dénigrer, même si l'abbé Trithème³⁶ a sa prédilection (feuilles 23 v, 50 r, 96 r, 132 r, 138 v, 186 r, 207 v...). Son siècle est celui de Cardan, de Bellaso³⁷, de Porta ; le suivant sera celui d'Argenti, de Cospi, de Du Cadet, du duc de Brunswick-Lunebourg³⁸ ; mais d'autres aussi, par centaines, qui ont eu le chiffre pour métier, pour passion ou pour passe-temps, pour objet de réflexion, d'étude, ou d'inquiétude³⁹.
- 14 Mais lui qui domine ce temps sinon même cette discipline, par quoi y est-il engagé ? Quelle est sa pensée directrice ? La Renaissance parlant des lettres qui rendaient les hommes plus hommes entendait sous le nom d'humanisme le façonnement de l'homme par une langue apprise. Concevoir un chiffre, au contraire, fait oublier qu'une langue est reçue, en soulignant qu'elle est construite, et cette dépendance où elle est envers l'homme avive le sentiment de ce que l'on peut craindre d'un contemporain d'Henri III : n'est-ce pas Philippe Desportes, le témoin le plus direct⁴⁰ des galanteries du roi, qui avait écrit sa vie en chiffres, et puis brûla ce document, dans la panique des barricades⁴¹ ? De celui qui fut secrétaire de la chambre du même roi⁴² on n'a pas dit non plus exclusivement du bien ; et puisqu'un chiffre dissimule, conseille-t-on de s'en tenir là ?
- 15 Ni le besoin de cacher ni le naturalisme (toujours puissant dans sa version astrologique ou alchimique) n'ont part au sens profond de ce *Traicté des chiffres*, ou n'en permettent

l'intelligence. S'il a le même auteur qu'un *Traicté des cometes* ainsi qu'un *Tractatus de igne ac sale*, ce n'est pas d'eux qu'il procède ; il n'en est pas la suite, mais inversement l'origine ; il en contient la source, qui est théologique. Feu et sel sont la loi mosaïque et la grâce, pour détruire et pour conserver ; l'homme n'est fait que « pour se cognoistre soy-mesme » et honorer son Créateur⁴³. Loin de « s'immiscer encore ès-affaires du monde », extrémiste platonicien tenant pour blasphème « d'appliquer les mathématiques à aucun usage prophane », Vigenère pense le chiffre comme exercice de l'âme, attendant « l'heure de la rendre à celui qui nous l'a donnée ». Au nom de *l'éternel soit mon commencement* : cette maxime, au lieu d'un secret politique, sera offerte au chiffrer pour son apprentissage, afin qu'il la traduise par différentes clefs⁴⁴ (*le jour obscur*, puis *la nuit claire*) et qu'il l'imprime au fond de son cœur. La fonction de préface revient à un mystère, et celle de fondement théorique à une méditation sur le Verbe divin, en ce qu'il a d'exceptionnel⁴⁵.

- 16 *Ego dominus et non mutor*⁴⁶ ; à la simplicité de l'essence divine symbolisent les caractères hébraïques, tous formés du seul *iod* « qui n'est qu'un point, dont il n'y a rien de plus simple », et son nom ou du moins le plus décent pour nous « car son vray nom et son essence sont en luy une mesme chose » et ne sont connus que du Fils ; mais le privilège du tétragramme est qu'en ses douze transpositions rien n'apparaît de contraire au sens initial, transmis de surcroît aux trois personnes par un couplage réglé des lettres successives. L'insensé ne peut plus dire qu'il n'y a point de Dieu, ou que Dieu est le rien, comme il le pourrait faire en retournant les lettres si le nom était Elohim. En *Iahweh* vous ne trouverez rien que Dieu lui-même. Voilà ce qui est à retenir :

[...] en toutes les autres dictions de ce monde, en quelque langue que ce puisse estre, cela ne sçauroit advenir de la sorte ; car comment que ce soit que vous en puissiez transposer les lettres, elles signifieront tousiours une autre chose⁴⁷, ou rien du tout.

- 17 Le chiffre est cette altération, ou cette destruction, ainsi nommées sans doute en souvenir du changement d'espèce qu'un seul terme nouveau apporte dans un nombre. Cette remarque, venue d'Aristote⁴⁸, accuse la différence entre nombres et choses nombrées : celles-ci et non ceux-là comportent le plus et le moins. Pour recueillir sa vérité nous devons ne regarder que le monde intelligible, dans lequel chaque nombre est seul, en son espèce réduite à un individu. Quant à dire qui le peut... certes le Cabaliste partagerait d'emblée le *Bereschit* « qui verse autour des choses sensibles, ...de *Mercava*⁴⁹ ou throne divin qui est des intellectuelles ». Mais Vigenère ne doute pas du lecteur d'Aristote⁵⁰, fort du souvenir de sa rencontre avec l'école de Pythagore dans le thème du Bien unique et du Mal infini. Les choses du monde sont chiffre en leur diversité. La loi divine est une en dépit des lectures matériellement possibles. Déjà donnée de deux manières, dans des tables « gravées à jour », elle était au surplus écrite d'un seul tenant, sans aucune séparation, « si que chacun, à ce que disent les Rabbins, y lisait diversement à sa fantaisie, à la main droite et à la gauche, par le devant et à l'envers, du hault en bas, du bas en hault » selon le mérite propre aux caractères divins, où « il y a tousiours quelque sens de grand mystère et importance ».
- 18 La pratique du chiffre est une redécouverte des possibilités de signification inhérentes à l'écriture, livrées ou suggérées par le récit de *l'Exode*⁵¹. Dire l'écriture plus mentale, plus spirituelle que la parole, équivaut simplement à reconnaître en elle cette mobilité que l'instant refuse au corps pour des gestes incompatibles. Les dimensions de la page permettent que la forme, l'ordre et la situation des lettres ne soient pas d'une seule façon dépositaires du sens : la grille (nommée *réseau*⁵²) qui prend l'ordre à son compte

et donne la parole au lieu⁵³ où « sont situez et assis » les caractères atteste que le sens pourrait être partout, même dans les intervalles, comme il serait dans les lettres nulles au cas d'un alphabet réduit⁵⁴.

Nous entrerons si nous voulons, comme en une mer d'infinis divers chiffremens, à guise d'un autre archipel.

La doublure⁵⁵ de la parole ne cesse pas de se dédoubler, à la fois surmontant la richesse du multiple et avivant le regret de son unité perdue.

- 19 S'il y avait à chercher un juste rapprochement du chiffre et de la perspective, ce devrait être dans la projection de l'Un. Du même à l'autre, du Logos aux noms et aux surnoms de Dieu se répand (ou, comme dit Vigenère, *s'élargit*⁵⁶) cette essence, imitée dans l'éclatement du germe ou l'éclosion de l'œuf, clairement figurée par la lumière du jour : « car le propre des choses haultes, comme sont les raiz du soleil... est tousiours d'influer en bas, sans jamais remonter en hault » sinon par le miroir de l'intellect humain venant à recueillir cette effusion divine génératrice d'ardeur charitable dans l'âme. Du sublime à l'infime, les degrés descendants marquent les volumes croissants où s'atténuent sans se détruire la parole prophétique ou le rayonnement :

[...] il n'y a au reste creature pour petite et abiecte qu'elle puisse estre, qui ne porte en soy une représentation ou image notable, au moins quelque marque ou vestige, à tout evenement disons ombre, de l'ouvrage de son Créateur.⁵⁷

- 20 Montrer le destin de ce livre, dans les réponses divergentes à la densité de son message, c'est essentiellement préciser le niveau de complicité et d'intelligence où elles ont place respectivement. Le chiffre bilitère de Bacon⁵⁸, par exemple, constitue avec deux seuls signes, pris cinq à cinq (donc répétables) vingt-quatre arrangements (sur les trente-deux possibles), chacun représentant une lettre de l'alphabet. Un lecteur moderne dira que l'absence de contexte à ce nombre trente-deux⁵⁹ supprime l'intérêt d'une pareille invention, intérêt qu'en revanche on devine chez Vigenère : les vingt-sept arrangements trois à trois de trois lettres, les mille arrangements semblables des dix chiffres indiquent assez le sens de la puissance troisième dans le compte des groupes de trois signes chacun ; avec 3^3 et 10^3 , comme avec les quatre cents cases du tableau carré de vingt lignes, le *Traicté* n'est pas loin de la formule générale n^p des arrangements de p éléments d'un ensemble qui en comprend n . D'un point de vue différent Bacon a méconnu les questions de la combinatoire : combien de *renversemens* d'un mot de tant de lettres, et combien si deux sont la même. Le cas qu'il traite est une somme réductible par symétrie : l'équivalence des variables a et b demande qu'on double seulement le nombre d'anagrammes des trois mots a cinq fois, a quatre fois b une, et a trois fois b deux ; le calcul s'en fait à la main, dans l'empirisme le plus neutre : c'est l'histoire naturelle d'une variété prévue. Veut-on considérer l'application pratique, où l'office des deux signes est rempli par deux jeux de caractères d'imprimerie⁶⁰, donnant deux formes à chaque lettre, permettant d'introduire dans un texte apparent le texte qu'il faut recouvrir, alors tout exprimera tout, une page innocente portera des ordres ou des informations, mais à une condition absurde pour Vigenère : aucun schéma du regard n'exigera de ce qui cache et qui est plus proche de l'œil, qu'il soit cinq fois plus grand que la chose cachée. Les voyes *plus compendieuses*⁶¹ qui sont celles du chiffre laissent franchement à l'écart les superpositions : que celles-ci prennent le nom de *stéganographie*⁶².
- 21 Force est bien de nous tourner vers Nicéron encore. À vrai dire, la quête d'une postérité plus soucieuse du principe de la représentation ne saurait impliquer à son propos l'espoir d'une réflexion mathématique élucidant les nouveautés de la factorielle et de

l'exponentielle, comme traductions respectives de l'anagramme et de l'arrangement. Nous savons bien que lui qui accueille les non-géomètres à l'entrée de sa *Perspective curieuse* n'est pas le mathématicien qui écrirait pour ses semblables⁶³. La seule attente raisonnable est celle d'un rapprochement de l'optique et de l'arithmétique, du rayonnement et du calcul en tant qu'ils sont modalités du rapport de correspondance. Malheureusement ce qui est offert dans *L'interprétation des chiffres* est relatif aux chiffres simples⁶⁴ : or d'une part ce sont les substitutions doubles qui font appel aux recherches des périodicités et de leur commun diviseur ; et d'autre part l'oubli de la transposition ménage l'allure des mots et maintient dans le cryptogramme les caractéristiques de la langue du clair ; la statistique manuelle des voyelles et consonnes, des séquences, des monosyllabes esquisse par tâtonnements, dans l'empiricité, des hiérarchies de fréquences⁶⁵ propres à telle ou telle langue. L'héritage pourtant prestigieux de François Viète et de Rossignol⁶⁶ est ramené à la conception d'un mot probable exploité selon ce classement. Principalement mondaine, la vulgarisation expulse du chiffre l'abstraction, autant que le dramatique devenu pittoresque. En vérité l'âge classique s'affirme dans le déchiffrement, voulu comme une négation.

- 22 Le *déchiffrement* flatte la volonté de l'homme : « il est beaucoup plus admirable » de résoudre que d'inventer ; quand c'est un Père Minime⁶⁷ qui admet comme ici le droit spontané de l'orgueil il y a peu de chances pour qu'un homme de cour manifeste son désaccord. Dans ses lettres à Wallis, Leibniz ne désapprouve que la grande modestie de son correspondant : Wallis se borne à dire qu'il y faut trop de patience, que l'excès de labeur décourage, concédant avec peine (et une seule fois) que tout le monde n'y est pas bon⁶⁸ ; Leibniz, intéressé sans doute mais exercé à situer toute science et à la subordonner, se maintient cette fois dans l'éloge : il y a là comme un sommet tant de la subtilité que de l'industrie humaines ; c'est le témoignage le plus haut de la pénétration humaine ; il importe de préserver vos splendides travaux dans ce domaine, de publier vos solutions, de former des successeurs, de gagner l'attention d'un prince généreux, comme je fais en célébrant devant un qui est de haut rang l'art merveilleux que vous montrez. Toujours ce qui est en cause est le déchiffrement, l'art de percer à jour les écritures secrètes, de résoudre les cryptogrammes, d'où le nom de *cryptolytique*. Opportunisme ? Non, jamais Leibniz ne donne l'impression de rendre en cela hommage aux succès de Wallis. Les textes concernant la science générale, quelquefois beaucoup plus anciens, ne parlent eux non plus que de *l'ars deciphrandi*, ou *deciphratoria*, ou *divinatoria*⁶⁹. Car le projet d'ensemble est demeuré le même : diriger la recherche (c'est-à-dire l'attitude envers ce qu'on ignore), former le raisonnement, orienter, apprendre à choisir ; d'abord travailler au changement des problèmes en théorèmes, constituer des tableaux⁷⁰, envisager un cadre à la particularité, puis chercher le divers qui manque. Obtenir de Wallis que ses échantillons (*specimina*) fournissent des recettes (*artificia*), puis des méthodes. Le cryptogramme (Leibniz emploie le mot *cryptographème*) est un paradigme, un modèle en idée (ou dans l'a *prion*) de ce qu'est une enquête dans la nature : avec trop peu de textes (comme trop peu d'expériences) on ne trouve pas la clef, ou l'on en forge plusieurs ; s'ils sont plus que suffisants on a la vérité et « ce qu'on appelle sa preuve, c'est-à-dire un contrôle⁷¹ ». La science doit devenir entreprise, et action réglée : volontarisme. C'est pour le bien de l'humanité, conclut Leibniz, « dans une matière qui touche éminemment à votre gloire » : *gloriam Tuam*, celle de Wallis⁷².
- 23 Non la gloire de Dieu. D'un Dieu recteur du monde, et producteur de signes par la correspondance entre les points d'attache des fils réunis⁷³ dans sa main. Ajoutons que « l'art de découvrir, ou de diriger les pensées pour amener à la lumière quelque vérité

inconnue », relève de la Topique ; qu'elle précède la science des formules (de leur identité et de leur diversité) qui précède la *Logistique*, science « du tout et de la partie, ou de la grandeur en général, des raisons et des proportions, domaine du cinquième livre d'Euclide, et grande partie de l'Algèbre » après laquelle seulement viennent l'Arithmétique et la Géométrie⁷⁴. Si la mathématique de la représentation a pour tâche de décrire le maintien d'une *formule* (disons d'une structure) dans la substitution réglée de ses éléments, force est de reconnaître que le déchiffrement en perd le titre et le contenu. Vigenère n'a eu de successeurs que dans la pratique militaire, diplomatique, et politique, mais du côté de la création, et non de la résolution.

II

- 24 Les supports culturels de la représentation ne comportent pas de leçon qui implique une transformation du sens de la mathématique : or c'était le but de notre enquête.
- 25 Nous revoici par conséquent devant l'assemblage initial : une mathématique de la représentation. Cette expression peut-elle servir à qualifier la mathématique du baroque ? Cela fait deux questions au moins dans une seule : cette mathématique est-elle concevable ? A-t-elle marqué une époque ? À peine espérons-nous converger les réponses, que les questions déjà prolifèrent par dédoublements et croisements. Ainsi la première de toutes : cette expression a-t-elle un sens ? n'atteint sa vérité qu'au terme d'un parcours où elle s'aliène avant de se différencier. Quel avenir serait le sien si nous ne commençons par lui trouver des références ? Au risque d'égarer le souci théorique nous l'accueillons historiquement : y a-t-il dans la mathématique de la période baroque de quoi justifier que nous lui donnions ce titre, d'une mathématique de la représentation ? Première déviation, qui en appelle une seconde : car une expression distinguant une réalité historique ne doit pas s'appliquer à toutes, de sorte qu'il nous appartient de fortifier cette désignation par les exemples qui la refusent et qui lui donnent son relief. Il n'y a mathématique de la représentation que s'il y a partage selon cette qualité, si toute mathématique ne la possède pas. Autrement dit : si le rapport entre mathématique et représentation n'est pas d'équivalence ou de tautologie. Cette extension de la référence par la quête du contre-exemple paradoxalement nous ramène vers le sens. Admettons en effet que cette mathématique, celle des temps baroques, mérite bel et bien la qualification ainsi envisagée comme expressive d'une différence : alors un changement s'est produit, qui attend d'être évalué, élucidé, conçu, relié aux conditions qui l'ont rendu possible. Ces conditions ont pu revêtir deux degrés différents de généralité : des principes nouveaux peuvent avoir déplacé les intérêts de la raison, à moins qu'ils n'aient traduit ce déplacement-là, autre vision des choses ou changement de l'esprit ; d'une réformation de la métaphysique pouvait naître effectivement une attention nouvelle pour la représentation, guidée par la théologie ou la philosophie de l'histoire. Mais des pensées d'une autre échelle, curieuses du contenu de la mathématique, ont eu à découvrir la représentation à l'intérieur de son objet, et toujours plus largement identifiée à lui. Le sens que nous cherchons est là où se rejoignent le lointain et le rapproché, une représentation qui s'invente elle-même comme relation ontologique, et une science qui en elle reconnaît ce qu'elle est ou ce qu'elle effectue, sa démarche qu'elle ne cesse de projeter pour l'objectiver, pour en faire son thème essentiel.

- 26 Pour que l'investigation des idées fondatrices accorde au changement l'existence, elle doit le traiter comme une découverte ; et pareillement traduire en système l'attitude. En tant que « connaissance de ce qui est toujours »⁷⁵ la mathématique veut des employés fidèles⁷⁶ qui écrivent sous sa dictée les lois données à l'entendement. Pourtant, bien loin que ce platonisme soit vécu par ceux qui le professent comme restreignant leur liberté, c'est de leurs adversaires qu'ils craignent l'intolérance et la censure. Cantor, on le sait, proclamait simultanément qu'il ne faisait pas d'hypothèses, et que l'essence des mathématiques réside dans la liberté⁷⁷ : sans elle, expliquait-il en visant Kronecker, ce qui est maintenant caché ne viendrait pas à la lumière. Son cas est exemplaire pour la mathématique, où la rigueur est créatrice, le seul fait d'appeler de son nom un postulat suscitant des êtres nouveaux et des pensées plus générales. Difficile et déconcertant, le paysage mathématique réserve à ses explorateurs un baroque dans sa manière : au bout de la formule de Taylor (« qu'on doit regarder comme la base du calcul différentiel »)⁷⁸ un nombre qui élevé à la puissance x égale sa propre dérivée – singulière propriété, mais précieuse pour les logarithmes ; dans un autre domaine (mais lié au précédent par l'idée de correspondance) la puissance du dénombrable qui pose autant de nombres pairs qu'il y a de nombres entiers⁷⁹. Dans l'attente de ces joyaux du baroque mathématique, la mathématique du baroque pouvait admirer le *trésor*⁸⁰ de la « divine proportion », dont les exposants successifs dévoilent une série additive sous la progression géométrique : surprenante composition, qui se divise à partir de son troisième terme ($a' = a^2 + a$) en deux séries moins âgées qu'elle, rappelant qu'elle fut connue d'abord pour exprimer la croissance d'une population à partir d'un couple initial supposé reproduire son semblable à intervalles réguliers⁸¹. Trinitaire dans sa première affirmation, liée aux êtres par son emploi, la série de Fibonacci, une fois portée par la racine positive $(1+\sqrt{5})/2$ du trinôme $x^2 - x - 1$, c'est-à-dire une fois pourvue de sa *raison*, se met à défier le *bon sens*. Elle est le paradoxe d'un principe circulaire, qui se renouvelle en avançant, ou bien d'un tout qui donne lieu aux parties dont il est la somme, et alors s'y retrouve entier. Cautionnée par la géométrie, réalisée dans la nature, elle s'ajoute à la *philosophia perennis*. « *Anima est quodammodo omnia... est tota in toto et tata in qualibet parte corporis sui*⁸² » le latin de la scolastique présente le même dosage de pesanteur et de mystère.
- 27 Le souvenir de la section d'or, dans les premières pages de la *Géométrie* de Descartes, annoncerait plutôt la ruine de son prestige. Certes la figure où elle est construite n'est pas moins élégante que le procédé d'Euclide⁸³. Mais elle-même n'apparaît que dans la dépendance d'une formule plus générale, où la constante du trinôme et le coefficient du terme en x reçoivent des valeurs et des signes quelconques. L'objet mathématique est alors l'équation $z^2 = az + b^2$, encadrée de ses variantes ($y^2 = -ay + b^2$, $z^2 = az - b^2$) le cas des deux signes négatifs n'ayant pas à être pris en compte, pas plus que le travail de simplification sur le coefficient du carré de l'inconnue n'a besoin d'être explicité. L'équation $x^2 = x + 1$ n'est quant aux signes que l'une des quatre combinaisons de + et - pour x et 1, et quant à leurs coefficients que la manifestation d'une dégénérescence ayant détruit leur génie propre. Autrement dit la section d'or a perdu ce qu'elle avait de représentatif : du cœur mystérieux de l'être elle déchoit au rang d'expression appauvrie, à la fois monotone et trop particulière, décidément sans intérêt.
- 28 La dépréciation qui l'atteint dans la nouvelle mathématique est soulignée par l'ascension de la valeur qui lui échappe. Car l'action de représenter, plus encore qu'elle ne sert de règle et qu'elle ne fournit au jugement un artifice avantageux, ouvre un

domaine à la recherche en lui procurant des objets. Si, comme Descartes l'écrit, le calcul d'arithmétique se rapporte (ou est rapporté) aux opérations de la géométrie⁸⁴, ce n'est pas dans la seule attente d'être illustré par des figures : de l'une à l'autre discipline le discours intermédiaire véhicule moins qu'il n'interprète ; la seule importation du terme qu'est l'unité, indifférent dans le départ à la division et à la multiplication, bouleverse l'intuition commune et réclame qu'elle soit repensée. Le moyen d'une ligne prise pour unité, articulant ligne sur nombre, permet d'entendre toute ligne comme produit ou comme quotient d'elle-même et de l'unité, c'est-à-dire d'extraire sa racine carrée (toujours sous forme d'une ligne) ou de l'élever, inversement, à une puissance quelconque sans concevoir par là « que des lignes toutes simples ». Mais surtout, plus profondément, par le fait d'être rapproché des deux facteurs donnés pour une opération, il forme avec le résultat un ensemble de quatre termes, dont la structure fait ressortir au fil de ses variations la liaison inattendue des calculs simples à l'intérieur des égalités de rapports. La proportion est un système au sein duquel trouver une ligne qui soit à l'une des deux premières comme l'autre est à l'unité ou comme l'unité est à l'autre définit respectivement multiplier et diviser, les moyennes proportionnelles étant extraction des racines, carrées, cubiques, etc., selon le nombre des rapports. Si le fond de la *Géométrie* consistait seulement dans l'introduction d'un langage, dans ces *termes d'arithmétique* étendus des nombres aux petites lettres, et leurs signes (accrus du *chiffre* de l'extraction), bref dans l'usage d'un outil en principe égal à lui-même, comment comprendre une telle conception de l'instrument, aussi neuve que si elle en créait la théorie ? Autrement dit, d'où vient la lumière, et sur quoi ?

- 29 Deux réponses contraires peuvent être livrées par une même page de la *Géométrie*. Le code par quoi elle s'ouvre donne la traduction en *figures* des *termes* de l'arithmétique ; multiplication et division : facteurs, unité, résultat sont découpés sur deux demi-droites concourantes par des sécantes parallèles ; racine carrée d'une ligne a : demi-corde au point a d'un diamètre $a + 1$. Les relations de similitude issues du théorème de Thalès justifient ces équivalences, lues ici comme illustrations. L'opération d'abord nommée, puis écrite par son signe propre (le x , le $:$, le $\sqrt{}$) est maintenant représentée, comme si la lumière venait de la géométrie, ou plutôt (car le fait est là de toute façon) comme si l'espérance venait de cette lumière. Or, à peine acquitté de ces éclaircissements, c'est l'espérance inverse que Descartes propose : « mais souvent on n'a pas besoin de tracer ainsi ces lignes sur le papier, et il suffit de les désigner par quelques lettres, chacune par une seule ». La ligne n'est *présente* que si elle est tracée ; telle n'étant pas l'œuvre du signe, par lui c'est bien la ligne qui est *représentée*. Chaque ligne le sera par une seule lettre : cela signifie que deux expressions relatives à la même ligne, identifiées par la même lettre, donneront lieu à une équation. La possibilité de reproduire en lignes les rapports obtenus par calcul sur les lettres est attestée au moins pour les problèmes plans dès le livre premier de la *Géométrie*, dans la construction des racines de l'équation du second degré : une figure vaut une équation, et les intersections d'une droite avec un cercle correspondent aux deux racines. La science vit de ces images alternativement reçues et renvoyées : peu importe à la *Mathesis*, soucieuse de ce qui touche à l'ordre ou à la mesure, qu'on les cherche ici plutôt que là, ici avant d'en venir là. Sa visée ne lui donne à privilégier aucune matière spéciale, même pas les nombres ou les figures par rapport aux astres ou aux sons. Si les parties de la *Mathesis* sont appelées *mathématiques*⁸⁵ en vertu de cette affiliation, cette parenté confère une égale dignité à leurs productions authentiques. La représentation est devenue réciproque. Les objectivations

de l'ordre et de la mesure sont des traductions différentes, couramment exposées aux échanges mutuels.

- 30 Cette réciprocité de la représentation amplifie l'importance de sa réalité en tant que liaison des *partes Mathematicae*. C'est elle en effet qui condamne les hiérarchies de l'Antiquité, incompatibles avec ce rapport différent. Le logos grec était le principe d'une progression soutenue par sa répétition⁸⁶. Au temps de la *Géométrie* ce mot a changé de sens. Un demi-siècle plus tôt, Vigenère commentant la *Sagesse* était retenu par le mystère de l'énumération *mesure nombre et poids* où, d'abord s'élevant et se purifiant, l'on retrouve le corps solide après le nombre, qui est formel : l'au-delà du ciel est déjà terre. Les extrémités se rapprochent⁸⁷. L'éternelle ascension surprend comme si elle était en ligne courbe. L'écriture n'étonne pas moins : parole morte pour Platon, prise dans le support de sa matérialité, désormais plus mentale alors que la parole devient débitrice du corps. Au centre d'une telle inversion est ce moment de l'histoire où l'histoire elle-même a fait violence à la nature afin de lui substituer son image comme destin : les choses retourneront à ce dont elles découlent, ainsi les fleuves à la mer, et les corps à la terre, et l'intellect à Dieu. Dans le Logos elles étaient vie, comme l'écriture dans la loi. Cette confession de l'origine fait devancer l'ambition et l'orgueil de l'Eros par les dons de la charité : nos efforts d'approcher de Dieu « par aucune ratiocination ny elevement de nos esprits, nous estoient vains et inutiles, avant que son λόγος ou verbe qui est la parfaite raison, se fust venu communiquer à nous, en prenant le vestement de nostre nature en la chair humaine, car nulle chose spirituelle descendant en bas ...n'opère point sans vestement ». Les sacrements « qui sont tous spirituels de soy », ayant eux-mêmes besoin du « signe matériel », justifient le signe et la matière, et nous-mêmes qui en sommes faits : ils proclament le bon droit de la représentation, fondé sur sa naissance divine; les emprunts faits à ce que nous sommes nous posent en créanciers théoriquement possibles, comme les demandes de la loi posent notre action en retour à l'adresse du Créateur ; enfin ils réduisent au silence le désaveu de l'image et de la μιμησις. Le commerce avec Dieu remplace la déchéance⁸⁸.
- 31 Plus général et plus ancien que la science cartésienne, le changement qui est intervenu peut être appelé métaphysique. Il a eu pour objet le pessimisme grec, vers lequel nous nous tournerons pour tenter de caractériser à travers lui la science grecque.
- 32 L'insistance à parler du tout, dont nous sommes témoins au livre x des *Lois*⁸⁹, n'a pas la valeur qu'elle aurait dans un système où chaque série aurait la perfection globale du réseau. Vidée de tout n'est là qu'une règle pour la guérison des parties, à jamais rendue nécessaire : les maux sont en majorité, et il y aura toujours un contraire du bien. Des peines comme libératrices, des expiations comme correctrices, le *Gorgias*⁹⁰ va naturellement à la vision du monde comme justice et rigueur. L'image cosmique de la cité, inconciliable d'ailleurs avec l'ancienneté de l'âme et sa responsabilité, n'apporterait donc elle non plus que clôture et exactitude. Où tant d'autres se font scrupule, principalement sous l'influence de la révolution chrétienne, de restreindre le repas de Dieu dans le compte des invités, Platon craint la *πλεονεξία*⁹¹ et s'inquiète des limites de la polis. Or la tare du nombre fini, aux yeux d'un administrateur préoccupé de classements (pour la guerre, les impôts et les distributions) est dans le défaut de sa souplesse et de sa disponibilité, qui ne se prête pas à toute division. Le choix de cinq mille quarante⁹² pour la richesse de ses diviseurs tient évidemment au calcul qui l'a produit en multipliant les sept nombres successifs à partir de l'unité. Il indique néanmoins une non-coïncidence entre le divin et l'humain : deux familles doivent être

ôtées pour qu'il soit multiple de onze. Semblable cas s'est présenté au livre VIII de la *République* : pour construire le nombre nuptial⁹³ en rectangle, l'un des côtés étant vingt-sept (qui est un cube) l'autre doit être quarante-huit, inférieur de deux unités au carré double du carré de cinq – dont la diagonale, de surcroît, est soit vraie mais irrationnelle, soit rationnelle et alors fausse : disons qu'il y a antinomie, entre l'opération et la réalité.

- 33 L'homme s'évertue à reconstruire par la progression du *logos* ce qui lui fut donné par une voie contraire. Le symbole de notre échec à rattraper une déchéance est le couple mythologique de Pandore et d'Épiméthée. Platon a décrit la conduite du personnage masculin dans le mythe du *Protagoras* : le désastre qui lui incombe est la misère de l'espèce humaine en son équipement corporel. Autre forme d'imprévoyance, d'impuissance à anticiper, Pandore est celle dont la bévue annule les avantages de la richesse même : symbolismes complémentaires de l'indigence et du gâchis⁹⁴. Les seules techniques qui aboutissent nous sont enseignées par les dieux à l'heure où ils nous quittent, en souvenir du temps où ils avaient charge de tout⁹⁵. Proportionnée à leur distance est la dégradation du bien qu'ils ont voulu. De la médiété harmonique, égalant deux associations de soustraction et division ils n'ont su nous faire tirer la médiété géométrique (égalité de divisions) mais seulement la toute simple, l'élémentaire médiété arithmétique⁹⁶, égalité de soustractions : le trait commun de ces calculs est d'être composés d'opérations inverses, expressives d'une diminution, qui nous appellent à compenser. Comme dit le *Ménon*, nous n'avons que le choix entre la tragédie (où le monde perçu nous domine bel et bien) et la ténuité de l'objet mathématique, où le solide est donné réduit à la surface, puis à la ligne, jusqu'au point qui ne peut plus l'être parce qu'il n'a aucune partie. Compagne de la couleur ou limite du solide, la figure n'est abordable que comme manière d'être allégée⁹⁷.
- 34 Telle sera au siècle suivant la mathématique d'Euclide. Ainsi commencent les *Eléments* : « Le point est ce qui n'a pas de parties. Une ligne est longueur sans largeur. Les extrémités d'une ligne sont des points... Une surface est ce qui n'a que longueur et largeur. Les extrémités d'une surface sont des lignes... ». Plus clair encore, s'il se peut, est l'aveu contenu dans le passage à la stéréométrie ; les théorèmes fondateurs⁹⁸ sont à base d'inégalités, c'est-à-dire de soustractions : dans ce calcul précisément, plus encore que dans le calcul, est le ressort des démonstrations. Des triangles dont les trois côtés sont égaux chacun à chacun résultent les propriétés de ceux dont les troisièmes côtés sont inégaux, et de celles-ci pour la somme des angles au sommet d'un polyèdre l'infériorité à quatre droits⁹⁹. Ainsi l'objet mathématique n'est pas en soi, mais dans un autre : qu'est-ce à dire, sinon qu'il n'en prend qu'une part ? L'impossible superposition, l'inadéquation au modèle, font le caractère aporétique des dialogues sur les valeurs : le philosophe réfléchit l'inégalité qu'au contraire le mathématicien prolonge. Le tyran se prévaut de l'apparaître comme s'il était l'être même, assuré par ceci, qu'il n'est pas le néant : la mesure n'est pas son fort. C'est donc celle-ci que nous remémore le nom platonicien de participation. Qu'il serve à opposer deux âges de la science : une mathématique de la participation, une mathématique de la représentation.

III

- 35 En possession de cette dualité, voyons comment elle s'applique aux mathématiciens qui nous sont proposés dans le champ historique du baroque.

- 36 1. Commençons par une évidence : la qualité de savant s'acquiert, elle suit d'un apprentissage. Or que contient : une formation que l'on a reçue des anciens ? Essentiellement le privilège du calcul. L'invention par Vigenère de l'alphabet carré, hommage rendu au Dieu écrivain du Sinaï, et camouflet envers la table de Pythagore, en glorifiant le nouveau logos condamne le caractère calculant de l'ancien. Euclide l'avait défini : « logos est, pour la quantité, une manière d'être de deux grandeurs entre elles, supposées homogène ». L'aveu de cette orientation est seulement plus explicite dans les livres VII-X, qui sont arithmétiques : en fait ils explorent surtout les limites du calculable, imposées à la proportion (qui est l'égalité des *logoi*) par les nombres premiers et les irrationnels. Car déjà tout le livre II, sur des figures géométriques, est une théorie de la multiplication, et spécialement de sa distributivité, montrée d'abord, puis simplifiée en vue d'une extension au multiplicateur, c'est-à-dire au carré d'une somme, avec la suite des variantes dont le formulaire raisonné ne revient qu'en tout dernier lieu aux constructions du géomètre : le calcul ne cesse d'être objet que pour redevenir la méthode nécessaire.
- 37 Le projet de substituer les idées au calcul¹⁰⁰ appartient à notre âge à nous. L'ambition euclidienne y contredit tellement qu'elle réclame aux idées le passeport du calcul pour l'entrée dans son monde à elle. Formalité sans exception, valable aussi pour le *Timée*. Les principes voulus par Platon intuitifs et inoubliables n'ont pas à en être exemptés. Il ne suffit plus d'en appeler à l'imagination spatiale pour dire que dans un polyèdre un angle au sommet ne permet pas plus de cinq angles égaux à deux tiers d'angle droit, ni pour se taire sur la limite plane du solide dans le pavage hexagonal : longue est la route (et abrupte, par soustraction) depuis les cas d'égalité des triangles, au livre premier, qui sont la source de ces raisonnements. En quoi il n'y a cependant aucune offense envers Platon ; la réflexion vers les idées est si peu la fonction du mathématicien qu'il utilise ce dont il ne vient pas à bout, faisant d'une difficulté un élément de solution : absente sinon exclue de l'outillage divin, la moyenne proportionnelle (constructible et non calculable) ne va pas moins à la duplication du cube par un calcul qui la redouble dans la proportion continue. Le *Ménon*, où elle échappe à la numération, s'explique assez sur le contraste entre l'immédiateté de la réminiscence (la justesse reconnue d'une désignation) et les détours d'une opération efficace¹⁰¹, où les mots de l'énoncé passent par la condition d'une règle qui les échange et les voue à l'oubli. Les usages mathématiques ont beau être en opposition avec le regard du philosophe, ils n'en sont pas moins accordés à la différence qui les fonde ; leur logique, dans leur domaine, ne recueille qu'approbation, ou ne se discute pas.
- 38 Qu'Apollonius, le grand géomètre pour les Grecs, soit aussi le maître du calcul, on ne peut plus s'en étonner. Pierre Boutroux, Zeuthen, Michel Chasles ont ratifié ce titre et salué l'ancêtre de la géométrie algébrique¹⁰². Citons Charles House¹⁰³ qui, futur co-auteur d'une *Géométrie analytique*, se met à l'école du fondateur : par le traitement des proportions, les anciens savaient obtenir des expressions bonnes à construire ; mais il y a plus dans les *Coniques* : les mots d'*abscisse* et d'*ordonnée*, sans que cela « diminue en rien la gloire de notre Descartes qui a fécondé cette pensée » ; le goût des « considérations purement géométriques » n'était plus général chez les anciens que chez nous que faute de moyens suffisants d'analyse ; en ne voyant que lui dans « les méthodes qui ont guidé les anciens et surtout Apollonius dans leurs recherches sur les coniques », on se ferait d'elles « une idée assez éloignée de la vérité » ; « nous devons regarder Apollonius en particulier comme un esprit essentiellement analytique, et l'on

a dû remarquer chez lui une tendance très prononcée à ramener au calcul une foule de questions ». Calcul objet ? Il s'est mieux qu'Archimède approché du rapport entre le diamètre et la circonférence ; c'est lui qui inspire Pappus quant à la multiplication, dans le fragment de son livre II. Calcul méthode ? Reprenant le problème « à trois et à quatre lignes » (effectivement rattaché aux courbes du second degré et aux solides qui les portent) il dit superficielle la solution d'Euclide, naturellement inférieure à celle que permettent ses découvertes à lui. Mais, avant ce mode d'emploi, et pour la doctrine des Coniques, il y a surtout le coup de force qui engage la suite des théorèmes dans la dépendance d'une formule aussi riche de conséquences qu'imprévue dans son arrivée. Le côté droit de la parabole, de façon significative, est construit en dehors du cône auquel appartient la section, dans un rapport avec l'abscisse de la base qui est celui des trois côtés du *triangle par l'axe* : le spectacle à trois dimensions s'en trouvera réduit au plan de la parabole (au détriment de l'équidistance intuitive de ce plan à l'arête parallèle du cône) ; pourquoi tracer hors de ce plan ce *paramètre* paradoxal ? La notion de *figure*, qui enveloppe celle-là, conduirait aux mêmes remarques, à l'impression de gratuité. Et dans le même ordre, celle des points obtenus par *application* (c'est-à-dire par division) de la surface appelée figure, sans référence aux propriétés de position qui sont pour nous celles des foyers, et que (pour l'ellipse notamment) nous ferions ressortir sans la moindre difficulté par le cercle principal et ses intersections avec la tangente au sommet. Apollonius nous émerveille : comment fait-il pour suivre une route invisible ? Sans aucun doute, mieux vaut être éclairé qu'ébloui. Mais c'est l'affaire d'un interprète. Notre souci est cette route : réelle, attestée par le plan que dessine la lettre à Eudème ; mais pourquoi si cachée, si difficile à joindre ? Le repérage serait tellement plus commode que le décousu au moins initial des calculs. Les repères disent la *présence* : ils réconfortent et ils rassurent, ils parlent plus directement à notre sensibilité. Mais de leur côté les calculs sont portés par une conviction, celle de la *réalité* : ils n'en sont pas les missionnaires, ils ne la font pas vivre, ils sont si peu vivants ! Ils la prouvent *a fortiori*, par la pudeur de n'en rien dire, d'en faire toujours abstraction, de ne laisser rien d'allusif dans leur style artificiel : en ne lui prenant rien, ils ne font rien pour elle, c'est donc sans rien devoir à personne qu'elle *est*. Ainsi les comprenait Grégoire de Saint-Vincent : « l'invention du *latus rectum* par les anciens avait pour but la possession d'une connaissance certaine, par laquelle ils pourraient entendre et connaître plus aisément les autres propriétés des sections » ; c'était leur machine à penser, l'engin automateur à faire de la géométrie ; c'est par là qu'ils sont arrivés à mettre des noms aux coniques, au moyen d'une autre invention qui faisait apparaître les carrés de l'ordonnée en défaut pour l'ellipse, en dépassement dans l'hyperbole, au niveau dans la parabole ; de là sont venus ces mots, autant dire du hasard, et comme en supplément : *unde et nomenclaturam singulae suam sortitae sunt*¹⁰⁴. La confiance réaliste assume le monde des signes. Pourquoi pas le bonheur en plus ? Elle court l'aventure dans le nominalisme. Le sol peut lui manquer, il ne cessera pas d'être, et à son heure il sera là. La légalité des calculs a du reste un aspect commun avec les routes : c'est la réversibilité. Il arrive à Descartes de montrer la manière de modifier une équation pour amener dans la racine une propriété différente¹⁰⁵ : un jour on en saura les règles. Dans l'aller et le retour loge une stabilité qui a la valeur d'une promesse. Le chemin survit au cheminement dans le réel du paysage. L'action, partielle, n'a lieu que sur le fond du tout, à parcourir et à décrire.

39 Autre calculateur, Grégoire de Saint-Vincent, indiscutable autorité dans le domaine des sommations, est bien dans le prolongement de cette foi intellectuelle. Grande est la part

faite aux méthodes dans l'*Opus geometricum*¹⁰⁶ : sur les dix livres qu'il comporte, elles en remplissent près de quatre. Elles y jouent deux rôles à la fois incomparables et analogues. Dans une époque où trop de temps se perd en polémiques et en protestations, elles sont une part de propriété : ce que l'auteur fait savoir par elles justifie son discours actuel. Mais d'abord c'est, inversement, l'existence de leur matière qui a provoqué leur différence. Le moyen nouveau d'aboutir aux théorèmes d'Apollonius écarte le reproche de plagiat. Mais en tant que distinct il implique un surplus, une poursuite de l'exploration : autres voies, autres horizons. Gouffre marin ou continent¹⁰⁷, toujours allant à l'infini, la géométrie ne se prête ni à l'exhaustion ni à la clôture¹⁰⁸ ; en revanche elle garde les routes consolidées ou les formes une fois dégagées. Dans les livres sur les coniques, le langage des programmes, significativement repris de l'un à l'autre, insiste sur l'aspect descriptif du propos : *exhibere, considerare, designare, contemplari, indagare*. La science géométrique a ses colonnes d'Hercule, ses bornes fantastiques, heureusement provisoires ; mais elle va plus loin que la géographie, comme on le reconnaît à ce vocabulaire, où percent l'astronome et surtout le croyant. Grégoire de Saint-Vincent observe, admiratif, « un ordre, une symétrie et une proportion¹⁰⁹ » qui n'ont pas été mis par notre savoir-faire dans des surfaces et des corps, mais découverts comme des faits, disposés de la sorte par des lois éternelles.

L'objet de la participation demeure, étant incorruptible » : cette métaphysique, venant d'un botaniste¹¹⁰, n'a-t-elle pu sur sa trajectoire croiser le finalisme d'un mathématicien ? Quand Grégoire de Saint-Vincent exalte les merveilles d'infime dimension¹¹¹ les arrangements qu'il a en tête n'ont sûrement rien d'anatomique : ce sont les termes éloignés dans les progressions décroissantes, en réponse à Zénon d'Elée. Reste l'emploi du mot *classes*, dans une introduction où il annonce le bon ordre des propriétés de l'hyperbole, chacune dans sa partie, chaque partie à sa place, « convenablement et clairement.¹¹²

Pour celui dont la science rend grâce au créateur, dispensateur de l'intelligence, la qualité de l'intellection est proximité de l'origine ; l'être pensé tient lieu de vie, et la géométrie d'histoire naturelle. Les figures ont une genèse après laquelle intervient l'homme afin qu'elles soient reconnues. Leur connaissance est un dialogue entre l'humain et le réel. Le débat est ouvert avec les mots de l'homme, qui nomme dans sa langue¹¹³ et ne conçoit de projets que formulables en calculs et accessibles à ses ressources. Retrouvant par répétition ce qui est advenu par section, il progresse à reculons en direction de l'onglet du cône, du point qui est à sa portée, à la courbe qui le récupère. Énoncé du calcul, désignation de la courbe sont le couplet et le refrain :

Soit le diamètre AC d'un parallélogramme ABCD ; que l'on mène au côté AB autant de parallèles FG que l'on voudra, coupant la ligne AC en E ; qu'ensuite on fasse EH moyennes proportionnelles entre FE et EG. Je dis que les points A et C avec tous les points H appartiennent à la même ellipse, à moins que ce ne soit un cercle ; soit une ligne AB divisée en C n'importe où ; soient menées autant de parallèles BD que l'on voudra ; que les carrés BD soient égaux aux rectangles CAB. Je dis que les points ADD appartiennent à la parabole dont le côté droit est AC ; soit le parallélogramme ABCD ; ajoutons le triangle BEC ; soient menées des parallèles FG à DE, soient les carrés GH égaux aux rectangles IGF. Je dis que les points BHH appartiennent à la même hyperbole dont le diamètre est BE.¹¹⁴

Les points sont les jalons marqués successivement sur une courbe qui était déjà là. Les mots de construction et de génération ne conviennent pas réellement aux avancées du géomètre. Le verbe *efformare*, employé quelquefois, leur ressemblerait davantage, par l'évocation d'une synthèse de leurs limites conservées. La *praxis*¹¹⁵ met au jour des formes qui attendaient d'être perçues :

Soient des cercles DEF de même centre qu'ABC ; AG une tangente au petit cercle ABC, rencontrant les autres aux points GG. Soient élevées verticalement aux points E les lignes El égales à AG. Je dis que BH sont l'hyperbole dont BH est le diamètre transverse¹¹⁶ :

recouverte par les concentriques, elle avait seulement à être dévoilée, ou comme dit l'auteur *exhibée*; après quoi elle *se présente*, elle n'est pas *représentée*.

- 40 En intitulant *Quadrature du cercle* sa recherche d'équivalences parmi les figures curvilignes, Grégoire de Saint-Vincent peut donner l'impression de vouloir forcer un passage. Bien au contraire en vérité il veut l'unité de sa méthode, remettant à plus tard l'exploration d'une voie plus haute. Hormis leur rôle propédeutique pour l'enseignement des sommations, les opérations qu'il propose sur les progressions arithmétiques n'ont que la destination d'en révéler de nouvelles comprises dans les précédentes, avec une raison étendue à proportion des intervalles: changement de taux et non d'espèce. La progression cachée reste au même degré. Le doublement de la raison (*du pla* mais non *duplicata*) ne revient qu'à sauter un rang¹¹⁷. L'addition n'échelonne entre elles que des sommes. Les modes de comptage par regroupement de termes ne font pas mieux que l'omission : d'apparence plus compliquée, ils n'ont pas de résultat meilleur; en fait seulement plus généraux ils peuvent être appliqués à une série quelconque : leur condition est suffisante¹¹⁸ pour mettre en évidence un ordre progressif, mais dans le voisinage immédiat d'une moyenne arithmétique. Entre l'arithmétique et la géométrie il n'y a pas de communication¹¹⁹. Les dizaines d'années de cette longue quête ne conduisent-elles qu'à ce constat négatif ?
- 41 L'admettre serait oublier que le réel mathématique a plus de patience que l'historien. Il ne se laisse pas brusquer dans ses actes de création¹²⁰ ; en revanche il ne se réduit pas à la monotonie d'une répétition. Sans doute Grégoire de Saint-Vincent croit-il être un contemplatif¹²¹ ayant reçu la grâce d'une révélation, et donnant forme d'écriture à ce qui lui fut découvert. Pourtant ce travail de calcul a sa propre réalité. S'il peut ne faire que suggérer, c'est en attendant de produire, d'enchaîner le présent à son œuvre imminente. Où manquent les passerelles, des signaux sont en place. C'est ainsi que les théorèmes des *Progressions géométriques* s'enrichissent de souvenirs et d'anticipations. Comparer et diviser des termes proportionnels font apparaître une raison autre que la raison donnée, mais constante si la formule de son calcul est maintenue; une progression en cache une autre, qui se montre à l'addition des termes successifs. Un air de famille rapproche cette sorte d'opérations de celles qui s'offraient en présence des progressions arithmétiques ; la lecture croisée de séries parallèles fait voir des séries latérales¹²², comme leur lecture simultanée désigne (par omissions) des séries intérieures ayant cette fois des raisons réellement *doublées* et non *doubles*¹²³, la différence confirmant le sentiment du déjà vu. La finalité de l'enquête empêche seule que son détail ne s'éclaire d'une comparaison explicite ; si les propriétés ressemblantes des progressions arithmétiques ne sont nulle part évoquées, c'est qu'elles sont à l'écart du programme poursuivi, qui est la sommation des séries décroissantes par quotients. Même alors cependant, par les rapports des sommes, l'analogie demeure active. Le défaut d'écriture technique, la lourdeur des calculs ont déconseillé à leur tour cette digression onéreuse : un *code* de noms propres (comme sont en effet les majuscules d'une figure) n'a pas l'automatisme du *chiffre* d'une algèbre ; l'imagerie est encombrante. Grégoire de Saint-Vincent, pourtant si pénétré de la *noblesse* de l'hyperbole¹²⁴, et de l'*attention appesantie* que méritait (comme il l'a dit) la *contemplation* de ses propriétés, n'y a pas trouvé l'invitation à cultiver les logarithmes, dans la voie

qui venait d'être ouverte par Napier. Les aires asymptotiques, si souvent dessinées, si bien connues de lui dans leurs équivalences, n'ont pas remplacé le graphe de leur loi de croissance, de la fonction côtoyée à travers son symbole¹²⁵.

- 42 Or une fois il est arrivé à des espèces différentes d'être mises en correspondance; l'idée venait du fait qu'elles étaient des figures, susceptibles d'animation; l'éclat de l'entreprise, de toute leur dissemblance. C'est en effet l'ordre commun à la spirale (transcendante) et à la parabole (algébrique) qui est exposé en appendice aux quatre livres sur les coniques, dans un style nouveau où la mémoire des règles est moins sollicitée que l'imagination¹²⁶. Opératrice, d'ailleurs, plutôt que spectatrice. Peu lui importe, de surcroît, que la parabole s'ouvre sans cesse alors que la spirale ne parvient pas à se fermer. Ce qui compte n'est pas l'allure, et ce qu'elle aide à anticiper, mais l'origine et ce qu'elle implique. Pour Grégoire de Saint-Vincent, la spirale a plus d'ouverture, *spiralem esse dixerim evolutam sive expansam parabolam*¹²⁷ : cela veut dire qu'elle est moins liée à des axes, moins enfermée derrière des barreaux; car si la spirale d'Archimède naissait d'un point en marche sur un rayon tournant, la parabole est prise sur un rayon qui passe à intervalles égaux par des échelons équidistants; les lignes sont proportionnelles à des surfaces respectivement circulaires et rectangulaires. Les logarithmes ayant rapport à des croissances concomitantes, on notera l'insistance de la mathématique à en souligner le problème.

- 43 Ici encore le projet s'oppose par son étroitesse à l'affranchissement de la notion. A deux reprises l'auteur établit une liste de lignes et d'aires correspondantes¹²⁸ : des tranches de parabole, d'une largeur égale à l'écartement des spires, ont leurs éléments désignés par les mêmes lettres qui servent à la description de celles-ci. Est-ce à dire qu'un texte donné (un théorème sur l'une des courbes), par le moyen de ce lexique va provoquer comme traduction un théorème aussi vrai que lui? Poincaré en usait ainsi pour montrer dans le parallélisme des termes lobatschevskiens et des termes euclidiens l'impossibilité d'une contradiction qui n'aurait lieu que dans ceux-là, et dont ceux-ci seraient exempts. À moins qu'on ne veuille remonter aux séquences d'Euclide sur les irrationnelles et sur la section d'or, le théorème de Brianchon, en répondant à celui de Pascal, a produit ce style *dual*, qui a été l'expression au dix-neuvième siècle de la géométrie projective. Depuis lors familiarisés avec le juxtalinéaire nous ne pourrions toutefois l'attendre chez Grégoire de Saint-Vincent qu'en oubliant sa dépendance envers une double éducation : celle du regard dans la géométrie de position, et celle du raisonnement (surtout) par l'analyse, en tant qu'elle substitue les idées au calcul. Car toute sa géométrie est métrique et calculatrice. Elle est soutenue en cet endroit par l'espérance de retrouver sur une conique, sous forme de rapports *rectilignes*, les propriétés de la spirale connues pour impliquer le cercle : *adapter à la parabole, appliquer à la parabole*, c'est (si mince que soit la chance) une approche des problèmes de *rectification* ;

[...] de ce qu'Archimède et Pappus ont démontré sur la spirale, il n'est rien que nous ne soyons prêt à relever sur la parabole¹²⁹,

et par des moyens qui n'auront aucun contact avec les leurs. Comprendre les anciens, c'est dire quelle fin les a conduits à chercher des courbes difficiles : la science éclaire l'histoire ; la tangente à la parabole contient le pourquoi de la spirale : elle *représente* le cercle enfermant la première spire. Pour le coup cela veut dire qu'elle lui est égale : *l'homologie* (qui est notre *correspondance*) est l'identité de place dans un rapport égal ; elle devient donc égalité si l'autre terme est identique ; qu'une parabole corresponde à une spirale donnée, sa tangente sera égale à cette circonférence contenant la première

spire ; son produit par l'abscisse, égal à l'aire du cercle. Quadrature du cercle ? Sans doute, si l'on savait calculer le paramètre amenant cette correspondance, autrement dit si l'on savait ce que précisément et malheureusement on est en train de chercher¹³⁰. Cercle vicieux, *felix culpa* ! Le nombre π nous a permis de prononcer les mots magiques : *reporter, rapporter, convenir, désigner, représenter et correspondre*.

44 2. Par cette *Symbolizatio* de la spirale et de la parabole, si difficile à mettre en place dans la marche d'un traité suivi, un langage neuf fait son entrée dans la mathématique ancienne. Mais lequel au juste ? L'animation ou l'anatomie comparée ?

45 Pour ceux qui ont fondé les études du baroque, la réponse n'était pas douteuse : c'est le mouvement qui avait à être, et fut en effet inventé. C'est lui qui a rang de principe. C'est de lui qu'il s'agit dès les débuts de Wölfflin, aux premiers mots de son coup d'essai de 1888 : le baroque s'affirme en se posant dans le domaine le plus opposé, en voulant pour l'architecture au lieu des rigueurs bien assises le jeu des ombres et des lumières ; cette transformation stylistique peut s'avancer logiquement sous le signe du *pittoresque*, si le mot annonce des valeurs telles que l'éclat et sa mobilité : le pittoresque, dit Wölfflin, « se fonde sur l'impression de mouvement ; il apporte toujours l'inquiétude du devenir, la tension de l'instabilité » ; au sein de l'antithèse qui est en 1915 celle des *Concepts fondamentaux*, le style classique avantage la linéarité formelle des contours, et le pictural inversement la fugacité des passages, l'expressivité des ruptures, des naufrages, des interactions¹³¹. De ce couple de catégories la traduction métaphysique appartient à Eugenio d'Ors, qui en fait deux versants de l'histoire : à l'éon du rationalisme, aux systèmes de stabilité politique et intellectuelle, il oppose l'éon du baroque, comme l'évolution à la compensation : « nous avons à parler, dit-il, du dynamisme..., de cette vocation du mouvement, de ce par quoi il est absous, légitimé, canonisé ». À la réversibilité succèdent la tendance et le tiraillement, les agitations intérieures, les divergences, l'esprit à l'état divisé. Pour la raison seulement capable d'unité l'heure vient d'expié le meurtre du panthéisme naturaliste. La chair suppliciée de l'innocence réclame contre Zénon d'Elée : la Nature porte en soi le mouvement et la vie ; les apories sont insolubles et condamnent le mouvement ; vive le mouvement et périssent la raison.

46 Ce qui est excessif est insignifiant. Les grands mots, certes : la Passion, la pancarte *inri*¹³² de l'absurde, la crucifixion du mouvement avec en épilogue la raison expiant ses cruautés de tortionnaire. Mais au-delà de ce mauvais goût, c'est l'argument qui est des plus faux. À qui Zénon ferait-il peur ? Le mathématicien ne le voit sur sa route que loin derrière, dépassé comme la tortue par Achille. Grégoire de Saint-Vincent ne se demande même pas si une suite infinie peut avoir une somme finie, mais seulement de quelle façon une ligne finie abrite une suite infinie.

Soit une grandeur quelconque AK ; si AB est à BK comme BC à CK ; ou AB à AK comme BC à BK ; ou si AK, BK, CK sont en proportion continue ; ou si AB est à BC comme BK est à CK , ou AB à BC comme AK à BK ; je dis que la grandeur AK est égale au total de la progression de grandeurs continuellement proportionnelles, continuée à l'infini dans le rapport d' AB à BC ; ou, ce qui est la même chose, que la raison d' AB à BC continuée à l'infini a son terme dans le point K .¹³³

Chacun des critères suffit pour la fabrication d'un petit exercice, qui commence au point où Zénon disait que l'on n'arrivait pas et où cesse le retard d'Achille, pour faire sentir tout le fictif, le périmé, de ce lieu commun. Il importe de sacrifier, plutôt que la raison, nos préjugés sur elle. Et d'abord celui qui proclame qu'elle ignore le mouvement. Qu'une ligne soit sans avoir eu à être engendrée par mouvement, cela ne

s'envisage que pour une exception, la droite réduite à sa propriété optique¹³⁴ de se cacher derrière un seul point ; dans le cercle déjà, l'équidistance du centre implique le transport des longueurs ; les coniques supposent le cône, et donc le mouvement circulaire d'une droite ; la spirale, une rotation compliquée d'une translation. Nul besoin d'aller aux volumes, et d'invoquer pour la raison les conoïdes d'Archimède ; ni, pour la gloire du baroque, l'équerre variable de Descartes, la parabole glissante, la sécante mobile, et le tracé suivi par leur intersection¹³⁵ ; ni la recherche des tangentes par l'analyse des courbes en mouvements composés dans le *Traité*¹³⁶ connu de Roberval. Le mouvement n'a jamais été à découvrir par la raison, parce que, tout simplement, s'étant formée en lui, elle le connaît de naissance. C'est sur l'exemple d'un mouvement que le principe de contradiction apparaît dans l'histoire de la philosophie : un corps qui tourne sur lui-même est d'expérience familière, mais d'accès difficile pour l'imagination ; l'immobilité de son axe n'est pas la vitesse amoindrie, perçue comme telle à mesure que le rayon est pris plus court ; en vérité elle nous défie. N'est-ce pas la pensée de Platon disant que la toupie a en elle du droit, qui est fixe, et du rond, qui se meut en cercle ? En tout cas des contraires ne peuvent être imputés qu'à des sujets qui soient distincts : « le même ne saurait en même temps ni faire ni subir le contraire sous le même rapport envers la même chose¹³⁷ » ; les parties différentes ont à se partager le repos et le mouvement, qu'un langage correct ne saurait attribuer en bloc à leur ensemble. En tout cela il est clair que la difficulté consiste à désigner le siège de l'immobile, alors que le mouvement, quant à lui, va de soi : c'est en lui que nous avons à trouver du non-mu, et c'est bien le non-mu qui est paradoxal, qui fait problème pour la raison. Le *logos* est précisément de ces choses belles et difficiles¹³⁸ qui résistent à la destruction (la longueur totale d'une ligne) ou lui survivent comme sa trace (le rapport des segments brisés). Son rôle peut être constituant : ainsi dans les machines, où les degrés de liberté font la substitution des formes et des cas. Règle et moyen de fabrication, elles sont la coïncidence d'une articulation et d'une théorie. Dans la spirale d'Archimède Pappus lisait un mouvement producteur d'ingéniosité, un *procédé*, au double sens d'exécution et de conception. Les appareils pour la duplication du cube, ou le tracé de la conchoïde (dont les emplois comprennent le problème délien) apportent le témoignage d'un intérêt constant depuis Archytas et Platon¹³⁹ pour la genèse réciproque du mouvement et de la pensée.

47 La nouveauté ne peut venir du mouvement ou de sa fréquence mais du sens qui lui est donné. Pour les Grecs il était l'avènement de l'autre dans la dimension de l'écart, le devenir-différent, l'accès à l'inégal. Or le changement de place peut ne pas se traduire ainsi. Quelle que soit la volonté métrique dans la *Géométrie* de Descartes (*connaître la longueur de quelques lignes droites*¹⁴⁰) une condition qui la précède mène ailleurs l'interprétation. La mise en équation suppose le repérage ; à son tour l'origine est prise sur une droite, choisie avant que *tous les points* d'une courbe géométrique ne se définissent par leur rapport aux *divers points* qui sont les siens. La mesure dépend de l'ordre et des moyens de correspondance. Et parce qu'il est bon de *rendre l'équation plus courte et plus aisée*, le problème de la parabole glissante, au début du *livre second*, suggère qu'ils soient demandés aux perpendiculaires à la direction du mouvement, l'une d'entre elles (passant par le pôle des sécantes) fournissant le point origine. Chacune des sécantes joint un pôle à un point défini de l'axe ; elle sert donc à identifier une position de la parabole ; mais cette information doit être plus concise, et se réduire à un seul point, celui où la sécante coupe la parabole : celui-ci permet de retrouver le point de l'axe, le sommet, la parabole entière dans telle de ses positions. Il *représente* donc cette

position-là. L'équation de ce point étant celle de la courbe qu'il engendre de proche en proche, le rangement de celle-ci dans un genre n'est possible que grâce à elle et après elle, de sorte que c'est bien la représentation qui est le fondement.

- 48 Est-ce du fait d'être allégée, de tout cet espace inutile qui diminue sa densité ? Est-ce, donc, parce qu'elle exalte, en la resserrant, la richesse et la variété du réel ? La *Dioptrique* invite à le croire. Par le rang qu'elle occupe à la suite du *Discours* elle fait figure d'initiation: elle enseigne à coder la réflexion d'abord, ensuite la réfraction. Or il n'est requis pour cela qu'une droite de repérage, sur laquelle sont portées les données de la lumière, ou sur laquelle, pour dire mieux, seront projetées les réponses au problème posé dans l'un et l'autre cas, celui du rayon conséquent. C'est sur elle, notamment, que seront alignées les longueurs dont la comparaison fait la loi des sinus. Son privilège est appelé par le rôle qui revient à la ligne de terre dans le paradigme de la balle dont le mouvement dirigé obliquement vers le sol n'est justement pas empêché dans sa partie horizontale ; confirmé dans la réfraction pour la séparation des milieux traversés, il consiste à symboliser le cours du temps par ce mouvement qui est inchangé et que l'on présume uniforme. Cette in-différence qui l'empêche, en bonne logique, d'être un facteur de la solution, la désigne pour l'accueillir. Ce n'est pas l'unité de temps qui détermine l'issue, mais l'unité de mouvement, et c'est elle que délimite, pour le rayon venant de A frapper en B l'horizontale, le cercle de rayon BA. La projection du point de sortie de ce cercle sera plus proche de B que celle du point A si la composante normale à la ligne de séparation est renforcée au départ de B, plus distante si elle est contrainte, à même distance si elle reste égale : par la comparaison à cette équidistance peuvent être évalués les effets différents. Une fois connu par l'expérience¹⁴¹ le taux de ce rapport pour deux milieux donnés, c'est sur l'horizontale que sera calculé le pied de la perpendiculaire, et obtenu le point de sortie, ou le rayon réfracté par le sinus de son angle, au point B, avec la normale.
- 49 Cette version cinématique d'une propriété de la lumière (dont Descartes pensait en fait qu'elle se transmet dans l'instant) doit être considérée comme révélatrice d'un statut nouveau du mouvement : il cesse d'être producteur d'une image représentable pour se confondre désormais avec la représentation, et même moins comme principe constituant que comme cas particulier. Quelque injuste que soit Bergson accusant ses prédécesseurs d'avoir oublié le temps ou de l'avoir dénaturé, le compte qu'il rend de la géométrie algébrique dans *L'évolution créatrice* ne trahit pas la connaissance que nous venons d'en acquérir. Il y voit l'une des expressions de la science moderne qui utilise le temps comme une grandeur à laquelle nous voudrions rapporter les autres, aspirant à prendre le temps pour variable indépendante. Le mouvement ne serait pas offert à la correspondance s'il n'était d'abord mise en ordre et si la fonction qu'il exerce n'était pas de fournir une référence réglée. Aussi l'essence de la géométrie cartésienne fut-elle de traiter

[...] toute courbe comme décrite par le mouvement d'un point sur une droite mobile qui se déplace, parallèlement à elle-même, le long de l'axe des abscisses, – le déplacement de la droite mobile étant supposé uniforme et l'abscisse devenant ainsi représentative du temps. La courbe sera alors définie si l'on peut énoncer la relation qui lie l'espace parcouru sur la droite mobile au temps employé à le parcourir, c'est-à-dire si l'on est capable d'indiquer la position du mobile sur la droite qu'il parcourt à un moment quelconque de son trajet. Cette relation ne sera pas autre chose que l'équation de la courbe. Substituer une équation à une figure consiste, en somme, à voir où l'on en est du tracé de la courbe à n'importe quel

moment, au lieu d'envisager ce tracé tout d'un coup, ramassé dans le mouvement unique où la courbe est à l'état d'achèvement¹⁴² ».

Cette vérité historique peut se dire toutefois sur un ton qui ne soit pas réprobateur. Tel, celui de Valéry qui, de retour de Hollande, saluant dans le cartésianisme la réduction de toutes choses à la figure et au mouvement, écrit sous son égide cet éloge inspiré ;

Un voyage est une opération qui fait correspondre des villes à des heures... Je quitte la Hollande... Tout à coup, il me semble que le Temps commence ; le Temps se met en train ; le train se fait modèle du Temps, dont il prend la rigueur et assume les pouvoirs.¹⁴³

L'invention coordinatrice loge aussi bien l'enthousiasme que le dénuement positiviste. Cette ambivalence du mouvement tient à son rang de fait primitif envers la représentation.

- 50 L'amateur, le lecteur peuvent prendre plaisir à l'aspect esthétique, et à l'animation. Le savant, ou le *scientifique*, s'intéresse plutôt à l'efficacité, donc aux méthodes qui la procurent. Tel est le mouvement chez Roberval ; seulement appareil de recherche, dont l'existence consiste à fonctionner pour réussir, en bon serviteur d'un programme dressé sur un état de fait. Aussi n'intervient-il qu'une fois constitué l'objet que sa tâche lui désigne. S'agit-il de trouver la touchante d'une courbe, celle-ci doit être déjà là, c'est-à-dire donnée par un autre moyen. Il est exclu qu'elle soit dite résulter d'un trait continu. Qu'elle soit parabole, comme le veut l'exemple traité en tête des *Observations...*, et elle sera construite par points, avec le compas et la règle, c'est-à-dire par intersections, à partir d'un foyer et d'une directrice. Comme tout classement de longueurs peut donner matière à parcours, toute propriété métrique peut fournir un thème de mouvement fictif ; la plus commode assurément étant le rapport d'égalité, les distances au foyer et à la directrice pour tout point de la parabole apportant cette condition, chacun sera censé viser ou fuir, également, le foyer et la directrice, et se mouvoir autant le long de son rayon que sur sa parallèle à l'axe ;

[...] divisez en deux également, des quatre angles que ces deux lignes font, les deux que la Parabole coupe, la ligne qui fera cette division sera la touchante.¹⁴⁴

Rien de plus court que ce losange et cette bissectrice. L'analyse cinétique, qui nous a menés là, était une *construction*, totalement déliée de l'origine et du processus génétique, motivée uniquement par tel projet précis, et justifiable par lui seul ; c'est ainsi que la directrice, nécessaire pour la conception de la courbe, peut ne pas être mentionnée au moment de la solution, laquelle requiert seulement la direction de l'axe. Argument d'une philosophie pragmatiste ou nominaliste, elle ne l'est d'aucun réalisme. Sa fin et sa valeur sont de faire inventer. Elle n'est réellement que représentation.

- 51 Les mathématiciens du dix-neuvième siècle ont regretté, pour sa rigueur, qu'elle ne fût pas complétée par une procédure uniforme de projection orthogonale¹⁴⁵. Mais comment Roberval l'eût-il envisagée ? La rêverie motrice a d'autant plus de limites qu'elle se croit riche et heureuse, ou variée dans ses formes et couronnée de succès. Toujours ce qui est spectaculaire donnera l'impression de se suffire. Plus les termes sont éloignés, plus l'invention de leur loi commune passera pour un coup d'éclat. Découvrir cette identité entre deux courbes dissemblables, voilà de quoi tarir la recherche et la critique. Si l'on rapporte une parabole à deux repères appropriés, la tangente au sommet et l'axe, on la voit progresser sur l'une par intervalles égaux, sur l'autre par écarts croissants. Que l'on regarde alors la spirale d'Archimède pendant que le point A s'avance, sur le rayon, de la longueur prise pour unité, la circonférence qui l'enveloppe au bout de chaque révolution a pour longueur successivement $\pi 2R$, $2 \pi 2R$, $2 \pi 2R$, etc. ; or c'est elle qui mesure l'autre mouvement de A (celui qui est circulaire) qui dès lors est

accélééré comme sur la parabole le mouvement selon l'axe. L'analogie sans ressemblance est un succès *intellectuel*. Où prendre une caution plus haute ? Plutôt qu'un règlement aveugle, l'opportunisme doit présider au choix des lignes de repère. Une seule question ; quel est le plus avantageux ?

- 52 Il arrive que la figure en propose un qui nous surprenne. D'abord par son étrangeté, car ce n'est pas celui d'une droite. Mais puis par sa fécondité. C'est ce qu'a découvert Roberval en étudiant la cycloïde¹⁴⁶. Supposons en effet qu'en chacun de ses points, parallèlement au sol sur lequel se déplace la roulette génératrice, soit portée une longueur égale à la distance où est ce point du diamètre vertical. Cela revient à utiliser la cycloïde elle-même comme support des sinus d'un point du cercle trigonométrique. On voit que dans la représentation l'exactitude mathématique n'interdit pas la fantaisie, provisoirement déconcertante : de la courbe ainsi introduite il n'existe même pas de nom. Roberval l'appelle prudemment *compagne de la cycloïde*. Il observe toutefois qu'elle coïncide partout avec la ligne des sinus verses que l'on élèverait sur le sol de la roulette: elle *est* cette ligne, par construction. Et parce qu'à tout sinus verse *correspond* la partie restante du diamètre, cette ligne partage en deux aires égales le rectangle encadrant la demi-cycloïde, lequel rectangle vaut deux fois l'aire du cercle générateur. À chacun des sinus portés entre compagne et cycloïde *correspond* un sinus égal pris dans le demi-cercle: l'aire comprise entre les deux courbes se trouve par là mesurée. Ajoutée au demi-rectangle elle donne l'aire de la cycloïde. Prise en elle-même, la compagne est une courbe difficile : elle met en rapport un mouvement difforme (l'accroissement du sinus verse) avec un mouvement uniforme (celui du cercle générateur) ; par elle revient le nombre π qui disparaissait sans problème du losange servant à trouver la tangente de la cycloïde. Pourtant c'est elle qui fournit les quadratures demandées. Cela tient au fait que les aires partielles sont *représentées* de telle sorte qu'elles n'appellent plus que des opérations d'arithmétique élémentaire ; dans un rectangle égal à deux fois l'aire du cercle, la demi-cycloïde occupe un cercle et demi, par la somme des sinus verses accrue de la somme des sinus : « faisant de mesme pour l'autre moitié, toute la figure de la cycloïde vaudra trois fois le cercle ». L'âme motrice de cette démonstration réside dans l'instauration d'une *correspondance* utile. Descartes qui rejette le postulat (contraire à l'homogénéité qui gouverne sa *Géométrie*) des lignes formant une surface, conserve le principe des classements parallèles :

[...] car toutes les parties d'une quantité étant égales à celles d'une autre, le tout est nécessairement égal au tout ; et c'est une notion si évidente, que je crois qu'il n'y a que ceux qui sont en possession de nommer toutes choses par des noms contraires aux vrais, qui soient capables de la nier et de dire que cela ne conclut qu'à peu près.

147

Entre sa quadrature de l'aire mixtiligne découpée dans la cycloïde par la diagonale du rectangle et la méthode de Roberval (tellement plus expéditive) il y a cette différence que la mise en ordre, chez lui, complète seulement le calcul, tandis que chez le royal professeur pratiquement elle en dispense.

- 53 La représentation clarifie et stimule. Par là elle reste extérieure à la genèse de son objet, comme sont certaines pédagogies, astucieuses et artificielles. Il lui manque d'être constituante, de plonger dans le presque rien, de viser au ras de l'origine ce qui serait l'image d'un point, comme le chiffre vigenérien reprenait les mots lettre à lettre. Sans algèbre, la cycloïde avait donné ce rôle au mouvement : à chaque point du sol que la roue vient à franchir *correspond* dans son plan une position du clou planté au bout de quelque rayon. L'analogie peut-il s'obtenir par des moyens géométriques ? Nous avons

vu plus haut naître la parabole d'une construction par points : soit, d'un centre donné, un cercle de rayon r ; soit, à une directrice, une droite parallèle, à la distance d ; si elle touche ou coupe le cercle, et si r est égal à d le ou les points ainsi déterminés appartiennent à une parabole, dont le sommet est à mi-distance du foyer et de la directrice¹⁴⁸. Mais les points obtenus n'existaient nulle part avant cette double opération. Par elle ils sont produits, ils ne reproduisent pas les points d'une figure antérieure; ils ne restituent ni le foyer, ni quoi que ce soit de la directrice. Ils ne transforment rien, ne *représentent* rien.

- 54 Et pourtant les *Observations* semblaient bien sur la bonne voie. De leurs descriptions compliquées (la *composition des mouvements* ne saurait être une affaire simple) une suggestion, une intention se dégagent ici ou là. Pour la conchoïde, notamment : n'est-elle pas ce que devient, au bout d'un rayon prolongé d'une longueur chaque fois égale, une droite (si c'est la courbe de Nicomède) ou un cercle (si c'est le limaçon de Pascal) ? La quadratrice, pareillement, n'est-elle pas depuis les Grecs la transformée d'un quart de cercle ? Rien ne se prête aux correspondances comme les courbes mécaniques, malheureusement décriées : rien d'étonnant si Roberval mène celle-ci jusqu'au demi-cercle. La cissoïde, enfin, s'interprète aussi bien à partir d'un cercle ou d'une droite¹⁴⁹. Une science des transformations va-t-elle surgir à leur propos, dans leur mauvaise compagnie ? À coup sûr elles sont moins fréquentes. Mais il semble également qu'elles soient peu fréquentables. Car tout se passe comme si leur mauvais renom, entretenu sans distinction par l'ignorance voulue des équations de deux d'entre elles, dissuadait d'appliquer aux coniques une méthode qui les mettrait au même rang¹⁵⁰.
- 55 3. Fallait-il, pour neutraliser cette sorte de résistance, un respect de la *projection* appris à l'école des peintres ? Philippe de la Hire est le fils de l'un d'eux¹⁵¹, qu'il vit mourir trop tôt pour être son élève, et dont il entendit louer le grand talent de perspective, reconnu et récompensé par un siège à l'Académie. « Que faire d'une forme ? » est une question d'artiste, que le géomètre élargit par sa conscience du possible, et des conséquences bien suivies d'une condition imaginée. Né en 1640, alors que Roberval possède et même enseigne sa méthode des tangentes, Philippe de la Hire disposera pourtant d'un grand avantage historique, dont il fera une vertu : c'est que l'on ne vit pas de la même manière sous son roi que sous le précédent. L'académicien protégé n'est plus le professeur au collège de France renouvelé tous les trois ans, et donc risquant de ne pas l'être, voué à l'exploit personnel pour garder sa notoriété, tenu de lier son nom à un problème connu, et le résoudre avec éclat. Fini le héros inventeur, mousquetaire et sophiste ensemble¹⁵². Les temps nouveaux sont ceux de la continuité avec le passé et l'avenir, du théorème, du livre, et de la longue haleine. Désormais dans le savant il y a du Colbert.
- 56 Pas tout à fait du Richelieu. L'ordre du jour n'est pas de réduire les coniques à soumission. Mais de proposer un type d'approche, une démarche pour la gestion. Il se trouve qu'une procédure à quelques égards séduisante est venue au jour chez Roberval, pour ces courbes qui font cortège à la mal famée quadratrice. C'est tant mieux : elle aura préparé les esprits. Signe des temps : l'audience compte plus que le secret ; *l'accroissement de la Géométrie*, s'il l'emporte (tardivement¹⁵³) dans les dédicaces à Colbert, n'efface ni le *grand secours par la facilité*, ni la *Méthode nouvelle*, ni *l'éclaircissement*. Une victoire pédagogique est aussi une œuvre d'État.

57 Les *Nouveaux elemens des sections coniques* entendent bien en être une, en instruisant ceux qui ont la volonté d'apprendre. Autant dire qu'ils s'adressent à des lecteurs actifs, lesquels « doivent estre contents lorsqu'on leur donne des voyes différentes pour parvenir à un mesme but¹⁵⁴ », afin que chacun en choisisse une selon son goût et son génie. La Hire par ces mots fait plus que justifier sa propre entrée en scène (d'ailleurs antérieure de six ans par la *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques*). Il annonce tout autant la possibilité d'utiliser son petit livre pour une révision synthétique. À partir de quels éléments ?

58 La *Préface* désigne nettement le facteur essentiel pour la formation de ces lignes :

[...] la description dont je me sers, qui est tirée de la principale propriété des Foyers, n'a pour règle qu'une seule ligne égale à la somme dans l'Ellipse, et à la différence dans l'Hyperbole, de deux autres, qui sont tirées des deux Foyers à un point de la ligne que l'on décrit; et dans la Parabole la somme et la différence s'y trouve tout ensemble ; car outre son Foyer qui est déterminé sur l'axe, si l'on en suppose encore un autre à distance infinie sur l'axe et vers le dedans de la Parabole, il est évident que la somme des deux lignes qui seront menées d'un des points de la Parabole à ces deux Foyers, sera égale à une mesme, qui sera menée du Foyer qui est à distance infinie jusques à la ligne, qui estant perpendiculaire à l'axe, le rencontre en un point qui est autant éloigné de la rencontre de la Parabole que le Foyer a déterminé; et si l'on suppose un autre Foyer (à) distance infinie sur l'axe vers le dehors de la Parabole, il est aussi évident que la différence de deux lignes menées d'un des points de la Parabole à ce Foyer indéterminé, et à celui qui est déterminé, sera partout égale à une mesme ligne. Ce sont ces propriétés qui ont le plus grand usage dans la Géométrie : mais sur tout dans la Catoptrique, la Dioptrique, et l'Astronomie.¹⁵⁵

59 La densité de cette page est égale à sa qualité. Ne regrettons pas l'obscurité du passage sur la parabole : il interroge seulement les lieux communs de la mémoire au bénéfice de la perception, en nous laissant la faute de les expliciter. D'un point de la parabole la distance est la même au foyer et à la directrice. Si l'on admet un second foyer, il est situé à l'infini sur l'axe de la parabole ; si l'on admet que les parallèles se rencontrent à l'infini, ce foyer est donc à la fois sur l'axe de la parabole et sur la parallèle à l'axe passant par le point considéré ; or cette parallèle mesure la hauteur de ce point sur la directrice. Du second foyer à celle-ci la distance est donc justement la somme des distances du point aux deux foyers (s'ils sont situés du même côté) ou à leur différence s'ils sont de part et d'autre. Si de plus l'on convient de voir dans une droite un cercle de rayon infini, cette somme ou cette différence équivalent à ce rayon. La directrice qui est devant nous est à concevoir comme un cercle.

60 Cette fiction avait-elle à être formulée ? Oui, en ce sens qu'elle conditionne l'extension aux autres coniques du mode de *génération* valable pour la parabole. La voici en effet :

Si il y a sur un Plan une ligne droite AD et un point F hors de cette ligne. Je dis que l'on peut trouver une infinité de points, comme PP ; en sorte que la lign FP menée du point F à chaque point P soit égale à PA menée du mesme point P perpendiculairement à AD.

Cette demande (toutefois La Hire n'emploie pas ce mot) exprime seulement la relation métrique de nature à fournir une définition. L'important est la suite d'actes qui en font une réalité.

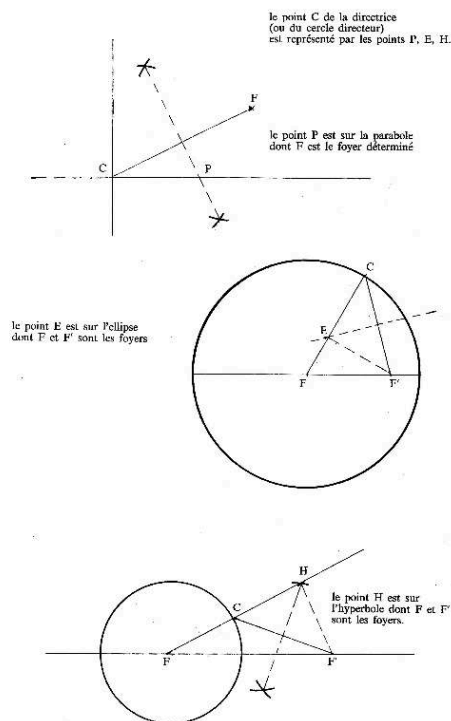
De quel point l'on voudra de la ligne AD, comme A, ayant mené AP perpendiculaire à AD, et ayant tiré FA; soit fait l'angle AFP égal à l'angle FAP ; le point P sera l'un de ceux que l'on cherche, et ainsi à l'infini.¹⁵⁶

Cette fois-ci, contrairement au schéma de construction qu'avait adopté Roberval, le point P de la parabole est joint par la hauteur AP au point A de la directrice; qu'il soit défini sur AP par l'intersection d'une droite perpendiculaire au milieu de la ligne AF (ou par l'axe du segment AF) et nous dirons que P est l'image de A, qu'il lui répond visiblement, et même sans aucune équivoque. Il *représente* le point A, dont tout le reste a dépendu, parce qu'il existait déjà, n'ayant eu qu'à être choisi.

- 61 Quelque lourdes que soient dans leur énonciation les thèses de la *Préface* consacrées à la parabole, c'est par elle que commencent les *Nouveaux elemens*. Il faut donc que par quelque endroit son étude ait servi d'exemple. Cette priorité n'aurait pas de raison d'être sans la continuité entre la droite et le cercle par la médiation du rayon infini, et le remplacement de la droite directrice par un cercle appelé à fournir, de la même manière, le point A. Prenons l'ellipse par sa règle *d'une seule ligne égale à la somme de deux autres, tirées de deux Foyers* à un point situé sur elle. Soient F, F' ces deux foyers; de F comme centre, étant prise pour rayon la ligne ayant valeur de *règle*, soit un cercle tracé: par la vingtième proposition du premier *Elément* d'Euclide (en tout triangle deux côtés, de toute façon l'emportent sur le côté restant) F' est intérieur au cercle; joignons à F' un point A de ce cercle: la perpendiculaire au milieu de AF' coupe le rayon FA (jouant le même rôle que la hauteur AP dans le cas de la parabole) en un point E qui est sur l'ellipse, car AE égale EF', et FA la somme EF + EF'. Le point E est, sur le rayon, le *représentant* du point A¹⁵⁷.
- 62 Il en va de même pour l'hyperbole: soit un cercle de centre F et de rayon FA égal à la différence des distances d'un point de la courbe H à ses deux foyers F, F'. La cinquième notion commune du premier élément d'Euclide (si de grandeurs inégales sont retranchées des grandeurs égales, les restes seront inégaux) fait conclure de la vingtième proposition qu'en tout triangle tout côté dépasse l'écart des deux autres: le second foyer F' est cette fois extérieur au cercle. La perpendiculaire au milieu de AF' coupe le prolongement de FA en un point H dont les distances à F et F' diffèrent d'une longueur FA puisque AH (sur AF) est égale à HF'. H est encore ce qui *représente* le point A¹⁵⁸. Par l'intermédiaire d'un foyer F' et d'une ligne définie, l'hyperbole des points H (comme l'ellipse des points E) représente un cercle, de même que la parabole représente une droite, depuis un foyer F et une ligne infinie. La parabole est donc ellipse et hyperbole suivant la place du second foyer par rapport à la directrice: étant posé que celle-ci est droite ou circulaire, le foyer qui est à l'infini dans le cas de la parabole, est *indéterminé*, en deçà comme dans l'ellipse et au-delà comme dans l'hyperbole; dans les trois il se conduit comme la clef d'un chiffre, la directrice étant le message à traiter. Ellipse et hyperbole seraient inversement des *versions* de la parabole, en illustrant différemment sa façon de représenter. En quelque sorte, elles la représentent, elle aussi.
- 63 Dernière question: cet enchaînement, aussi périlleux que logique, est-il propre à être exposé dans un livre qui, par son titre, se veut seulement élémentaire? Effectivement il comporte un grave danger de diversion, de dispersion. Qu'est-ce que l'infini plus ou moins la distance du foyer à la directrice? De plus, qui parle d'infini peut difficilement éviter le continu, et le modèle total vu dans la parabole n'échappe pas à une objection: le deuxième foyer qui fait d'elle, pour ainsi dire à volonté, une ellipse ou une hyperbole, plutôt que d'être à l'infini comme par un rejet brutal et arbitraire, ne doit-il pas être situé sur la directrice circulaire qui partage l'en-deçà de l'ellipse et l'au-delà de l'hyperbole? Ce n'est pas, dira-t-on, un foyer analogue: le foyer indéterminé joue le

rôle des centres F , et c'est le foyer déterminé qui assume la fonction chiffrante dévolue aux foyers F' de l'ellipse et de l'hyperbole. Soit, mais cette répartition des tâches de F et F' fait une autre complication : la construction de ces deux courbes envisageait un seul des cercles ayant le rayon-somme ou (respectivement) le rayon différence ; or ni l'ellipse ni l'hyperbole ne connaissent entre leurs foyers cette espèce de privilège, aucune autre non plus d'ailleurs. Qui prendrait à son compte l'encombrant, l'inutile et le litigieux ? Dès 1673 La Hire faisait savoir qu'il avait élagué quantité d'accessoires, de corollaires trop évidents, de notions chez lui sans emploi ;

[...] j'ay aussi retranché quantité de figures que l'on peut entendre facilement sans qu'il soit besoin de les faire, et qui en auroient par trop augmenté le nombre ; j'ay rejetté le costé droit ou paramètre et la figure des anciens ayant pris un autre chemin qui à mon avis ne sera pas si embarrassant.¹⁵⁹



La Hire 1679

En 1679 il réproue un auteur moderne¹⁶⁰ coupable d'obscurcir par un excès de lignes l'objet même de son traité. Mais il rattache ce travers à la *particularité*, au manque d'ambition générale : l'exigence de netteté et de sobriété confirmait le blâme porté au nom de l'unité synoptique. En sens inverse, les deux critères pouvaient-ils justifier conjointement son entreprise à lui ? Sinon, en cas de nécessité, lequel serait à choisir, lequel à sacrifier ?

- 64 Il est assez clair que La Hire a pesé le pour et le contre. Il évite ce qui est de nature à gêner : à propos de la parabole, au lieu d'axe du segment AF , par souci d'univocité, il parle d'angles égaux construits en A et F ; Axe est déjà, passant par F , la perpendiculaire à la droite directrice. C'est pourquoi, dans un premier temps, les points de l'ellipse et de l'hyperbole sont trouvés par une construction absolument respectueuse du rang égal des deux foyers, au moyen de deux arcs de cercle dont les rayons sont calculés pour vérifier selon le cas, par leur somme ou leur différence, la règle de l'une ou de l'autre. Bien plus, au début de chaque section, les figures qui sont répétées par intention

pédagogique comportent un cercle dont le centre est sur l'ellipse ou l'hyperbole, et qui passe par le foyer le plus proche : ce cercle n'est pas générateur, puisqu'il suppose donnée la courbe, mais il fait ressortir la ligne de la somme (ou de la différence), et les propriétés métriques de l'ordonnée. Enfin les problèmes divers qui sont groupés dans l'opuscule *Description des sections coniques*¹⁶¹ ne se prêtent pas, eux non plus, à un type de génération dont les données ne sont pas les leurs : ils aident pourtant à remplacer la crainte de l'injustifiable, l'interrogation à *quoi bon ?* par le souci opportuniste ; à *quoi bon maintenant ?* préserve des liquidations radicales un joyau de la théorie en vue d'une pratique ultérieure.

- 65 Son heure de briller a de quoi se faire attendre, car elle a été annoncée, dans la *Préface* de ces *Nouveaux élémens*, dans les termes que nous connaissons ; de telle sorte que nous savons même par quoi nous en serons avertis : par

[...] ces propriétés qui ont le plus grand usage dans la Geometrie, mais surtout dans la Catoptrique, la Dioptrique, et l'Astronomie.

Laissons de côté l'astronomie : la *Dioptrique* de Descartes l'a convoquée, au *Discours neufiesme*, pour l'informer de l'intérêt qu'elle devrait porter aux verres hyperboliques ; notoirement donc, elle n'est ici que demanderesse. L'optique, elle, apporte du moins les équivalents naturels des figures géométriques : une pédagogie concrète. Rappelons par conséquent ce qui est à apprendre : la droite dont l'intersection avec un diamètre du cercle directeur donnera un point de la conique. Et observons comment cela est enseigné. Dans la première section des *Nouveaux elemens*, consacrée à la parabole, La Hire la fait intervenir aux toutes premières propositions¹⁶² : un diamètre PA (une parallèle à l'axe, par le point A de la directrice) ne rencontre la parabole qu'en un point P, où elle y entre ; la ligne PE, quant à elle, qui est perpendiculaire au milieu E de FA, n'a certes, elle non plus, qu'un point (qui est le point P) commun avec la courbe, mais elle reste toujours en dehors, avant et après le point de contact : elle est donc tangente à la courbe. La Hire donne d'emblée, simplement, facilement, sans poser quoi que ce soit de plus que la directrice et le foyer, par chiffrage géométrique d'un point quelconque de celle-là, la touchante que Roberval demandait aux fictions motrices. Y a-t-il aucune ligne qui soit plus importante ? La perpendiculaire à cette ligne au point P crée sur l'axe comme hypoténuse un triangle rectangle dans lequel la hauteur (qui est l'ordonnée du point P) est moyenne proportionnelle entre l'abscisse du même point et le segment complémentaire : La Hire ne fait à personne l'injure d'invoquer ce théorème banal (caché dans le dernier problème du deuxième *Élément* d'Euclide) ; or ce segment complémentaire donne le demi-paramètre¹⁶³, c'est-à-dire la raison même sur laquelle est fondée le nom de *parabole*, et par là tout ce qui est dans Apollonius. C'est comme tangente à la conique qu'est construit l'axe du segment joignant au foyer le point A ; ce qui est fondement de tout le savoir relatif à la parabole ne peut être évité pour ce problème-là quant à l'ellipse et l'hyperbole : la démarche est la même dans les propositions portant le même numéro dans les sections qui les étudient l'une et l'autre¹⁶⁴. Là est enracinée l'unité des coniques : les symétriques d'un foyer (*du foyer*, pour la parabole) par rapport à toutes les tangentes ont pour lieu géométrique le cercle directeur dont le centre est l'autre foyer (pour l'ellipse et pour l'hyperbole) et la droite directrice (quand c'est la parabole). Comment nier que dans la géométrie des coniques l'usage des tangentes soit *le plus grand* ?

- 66 Or elles sont par excellence les lignes qui intéressent l'optique. Pour toute courbe (et pour la droite comme cas-limite) c'est la tangente qui définit en chaque point la surface réfléchissante : elle est sa trace dans le plan frontal ; c'est par rapport à elle qu'il y a

symétrie entre le rayon réfléchi et le prolongement virtuel du rayon incident. Mais son usage ne prend pas fin en même temps que la catoptrique. Dans la dioptrique elle constitue la direction selon laquelle le rayon incident n'est pas modifié : sans doute le *Discours huitiesme* de Descartes ne fait-il pas cette analyse aussi ouvertement que le *Discours second* ; sans doute son raisonnement est-il doublement limité, tant par la figure extérieure de l'organe artificiel (elliptique ou hyperbolique) que par l'indice de réfraction supposé égal au rapport de la distance des sommets à la distance des foyers ; du moins la direction donnée par la tangente est-elle indispensable à la démonstration que les rayons dans l'air parallèles au grand axe de la conique se rassembleront dans le verre au point bruslant qui est des deux le plus esloigné du lieu d'où ils viennent¹⁶⁵.

- 67 Immense est le chemin parcouru depuis *La perspective curieuse*. Au temps où nous étions censés incapables de percevoir la nature de la lumière¹⁶⁶, ou celle des *accidens* aux frontières des corps diaphanes, le Père Nicéron n'avait pas à rougir de conseiller l'usage du poncif à ceux pour qui *ce serait chose longue* de maîtriser la *pratique des règles* ; le vrai maître étant la nature, et non pas la docte invention, ils pouvaient même apprendre à cerner leurs figures avec des points privilégiés, la lumière passant par les trous désignant le lieu des parties significatives de l'image. Et pourquoi pas le tracé de l'ombre, à l'exemple des plus anciens ?

Encore feroit-on quelque chose de mieux, par la lumière d'une chandelle, en la mettant au lieu du point de l'œil, autant eslevée sur le plan de la peinture, que seroit le point de distance : comme aussi on en peut faire tout mechaniquement ; mettant l'œil au point de venuë déterminé, et dessainant tout ce qu'on voudra avec un crayon, qu'on peut attacher au bout de quelque baguete, s'il est nécessaire d'atteindre loing.¹⁶⁷

L'artiste suivrait la nature à la distance d'une perche ? Finie la laisse longue ou courte, et l'ère des hommes dociles. Maintenant ce sont eux qui dictent, et la nature va les rejoindre où ils ont fixé le rendez-vous.

- 68 Faute de pouvoir montrer les bornes de cette jeune ambition, nous devons nous garder de croire avoir déjà compris Philippe de la Hire. Ce que d'autres feraient passer pour démesure pourrait n'avoir été qu'une consolation et une position de repli. Et de fait, la clarté des *Nouveaux elemens* n'est pas celle d'un premier jet. Ils sont le repentir d'un peintre hyperabstrait qui s'est assagi, plus ou moins, après avoir payé le prix de l'indépendance, c'est-à-dire connu l'isolement. Son aventure nous est contée discrètement, toujours dans la même *Préface*. Encore n'y est-il pas entièrement sincère quand il rejette par modestie sur sa *Nouvelle méthode* de 1673 une insuffisance qui sans doute avait été celle du public. L'entreprise qu'il y avait tentée, et qui restait la sienne comme étant « la plus belle et la plus simple de toutes », était celle d'une vision générale des coniques. En réponse au besoin d'enraciner le savoir, elle instaurait une possession dont les fondements précédaient la détermination des espèces différentes. Pour cela elle avait à créer un langage, où le mot général de *section*, substitué à la désignation singulière des courbes, rappelle par son abstraction ce qui est antérieur à l'objet défini. Des pages, des chapitres veulent être compris sans l'appui intuitif que donnent les mots d'ellipse, de parabole et d'hyperbole, sans autre repérage que les mêmes majuscules servant aux parties homologues. Exercice spirituel ou intellectuel, l'entraînement à lire en toute chose l'application d'un seul principe l'explicite d'abord en lemmes et corollaires¹⁶⁸. Un homme nouveau prend la place de l'artisan ami des formes : dominateur et volontaire, aussi loin des anciens qu'un royaume d'une cité, *converti*, plus encore qu'instruit des formalités de son pouvoir.

- 69 De cette naissance douloureuse, qui réclame effort et courage, n'est-ce pas la difficulté qui explique la défaveur, ou la crainte devant ce livre ? La Hire en avait-il seulement soupçonné le caractère ésotérique ? Une grande partie de la science d'Apollonius, et même de celle qu'il n'a pas eue, revenait selon lui au découpage de certaines lignes (pour nous projetantes) ou concourantes ou parallèles par la rencontre des *sections*, ou des cordes entre leurs tangentes ; or c'était, pensait-il, « fort facile à comprendre¹⁶⁹ » par la répétition continuelle du schéma d'une seule ligne divisée en trois, *harmoniquement*. De là cette rétrospective sur son ontologie formelle :

Tout ce qui a esté démontré dans les Lemmes precedens, n'est rien autre chose que les divers accidens de la ligne couppée en trois parties, harmoniquement, tant à l'égard des lignes qui passant par les points de sa division sont parallèles entr'elles, ou aboutissent en un point, qu'à l'égard du cercle : et tout ce qui suit est une simple application de ces Lemmes ... dans toutes les sections Coniques et Cylindriques.

Il se peut que ce ne soit rien, pour qui a fait l'apprentissage. Mais cette condition est-elle si répandue ? « Hormis Monsieur Desargues » en son *Broüillon projet* qui du reste laissait encore à désirer, n'ayant « point esté mis en sa perfection » La Hire a bien vu que personne « n'avait encore pris ce chemin¹⁷⁰ ». Et, ajouterons-nous, ce n'est pas pour rien non plus qu'on a raillé sous le nom de *leçons de ténèbres*¹⁷¹ la discipline (avec la haire) de la proportion harmonique. La pénitence était trop rude. Elle fut renvoyée à l'auteur, qui s'est mal consolé de mériter seulement l'approbation des meilleurs juges :

[...] quoy qu'il soit très-avantageux de plaire aux Sçavans, on ne doit pas en faire le principal objet de l'étude, et négliger entièrement d'instruire ceux qui ont la volonté d'apprendre.

- 70 Le mécanisme neuf de la démonstration était-il la cause de l'insuccès ? Même pas nécessairement l'obstacle le plus dissuasif. En effet la lecture éprouvante du texte s'aggravait d'un enchevêtrement, bien pénible, dans les figures. Traiter une section comme telle, cela veut dire l'inclure dans un cône : d'où surcharge et excès de lignes. Mais parfois le remède est pire que le mal.

Je me contentay, raconte-t-il, de réduire le Cone et ses Sections en plan, que je nommay Planiconiques, j'appliquay à ces Sections planes les mesmes démonstrations que j'avais faites pour les solides.

Il y fallait une invention arrivant avec moins de traits à des résultats identiques.

- 71 Le géomètre aussi sauve les phénomènes : c'est ce qu'avait fait Roberval. Donc l'objection n'était pas là : à grand peine la mauvaise foi eût tiré de là un prétexte. Le difficile tenait au contenu de l'invention. C'est lui qui ne pouvait manquer de provoquer la résistance. Le voici : c'est un chiffrement, et plutôt un surchiffrement des figures géométriques, qui est présenté par La Hire à l'entrée de ses *Planiconiques*.

Définition. Deux lignes droites parallèles entr'elles en un point estant sur un mesme plan, l'une des droites soit appelée *directrice*, l'autre *formatrice*, et le point *pole*. *Generation de points.* S'il y a sur un plan la directrice BC, la formatrice DE et le pole A hors de la directrice, ayant pris quelque point *h*, sur ce mesme plan, si par le pole A on mène la ligne Ah et par le point *h* quelque ligne droite hx qui coupe la directrice en x et la formatrice en z, ayant tiré Ax et par le point z la ligne zL parallèle à Ax qui coupe Ah en L ; je dis que le point L est formé par le point *h*.¹⁷²

L *représente h* ainsi que le permet une construction par points, encore que cela n'y soit pas nécessaire sauf s'il y a (comme ici) un chemin continu qui conduise de *h* à L : *h* va vers A jusqu'au point L où il rencontre une autre ligne, partie de A, deux fois brisée en x et z ; autrement : le circuit de *h* après A recoupe le trajet hA grâce à trois changements

de direction, survenus en A, x et z, tous trois dépendant de hx , arbitrairement tracée depuis h .

- 72 Cet arbitraire (faut-il le dire ?) n'a rien qui offense la rigueur. Car le point L est nécessaire, quelle que soit la ligne hx .

La Directrice, la Formatrice, et le Pole A ne changeans point ; je dis que par cette manière de generation le point h ne peut former d'autre point que le point L.¹⁷³

Cette aventure méthodique est à l'image du point h : elle connaît la voie du retour au réel. C'est réellement qu'elle est féconde :

[...] les Sections des superficies Coniques sont des lignes courbes formées par un cercle suivant cette méthode.¹⁷⁴

Les trois positions de ce cercle par rapport à la directrice (qui peut être tangente, extérieure, ou sécante) *correspondent* aux trois positions du cône porteur par rapport à un plan passant par le sommet, et parallèle au plan coupant : ainsi, *respectivement*, aux cas de la parabole, de l'ellipse, et de l'hyperbole. Détour justifié donc, mais détour malheureux, intolérable à ceux qui ne savent que voir : l'apprentissage de la vue comporte hélas une phase aveugle.

- 73 Pensera-t-on à l'harmonie comme contenant la référence à un sens de substitution ? Cette pratique n'est pas sans exemple : dans ces *Planiconiques* la construction d'un point passe par tant de lignes qu'elle n'est pas figurable, mais seulement évoquée, pour mémoire, par ses outils : pôle, directrice et formatrice ; les propriétés dont ils sont les témoins et dépositaires sont à chercher entre les points dont la correspondance est identifiable : L et 1, M et m, N et n...¹⁷⁵ ; c'est l'oreille qui nous requiert de reconstituer le chemin qui n'est pas offert à la vue. Peut-on l'imaginer jouant le même rôle dans le concept d'harmonie ? Prenons-le tel qu'il est défini par Platon¹⁷⁶ : la médiété harmonique, dit-il dans le *Timée* (36 a) « surpasse l'un des extrêmes et est surpassée par l'autre d'une même fraction de chacun d'eux » ; s'ils s'appellent a et b , m est donc telle que $(m-a) : a = (b-m) : b$. Comme Platon parle de grandeur, il est capital de savoir s'il les pose séparément, ou s'il les marque sur une ligne à partir d'une même origine, chacune entrant dans la plus grande. Quelque habitude que donne Euclide par ses lignes superposées, la discipline de l'harmonie s'en tient à sa propre exigence. Sitôt résumée sa méthode dans la routine d'une seule ligne harmoniquement coupée en trois, La Hire s'en explique :

[...] ce n'est pas que j'entende que les parties prises séparément soient en proportion harmonique ; mais en prenant une de ces extremes pour une, la mesme avec celle du milieu pour une autre, et la toutte pour la dernière, ces trois lignes seront en proportion harmonique, et c'est ce qui m'a obligé de luy donner ce nom.

¹⁷⁷

Ces trois lignes sont donc les distances de trois points successifs à un point origine, et ce sont leurs mesures qui auront à s'écrire selon la formule de Platon si nous les appelons dans l'ordre a , m , et b . L'euphonie justifiant pour nous que la division soit harmonique ne demande que la traduction en termes de géométrie :

J'appelle une ligne droite AD coupée en 3 parties harmoniquement quand le rectangle contenu sous la toutte AD et la partie du milieu BC est égal au rectangle contenu sur les deux parties extremes AB, CD : ou bien lorsque la toutte AD est à l'une des 2 extremes AB ou CD comme l'autre extreme CD ou AB est à la partie du milieu ce qui est la mesme chose.¹⁷⁸

Que ce soit la même équation, cela se vérifie sans peine : AB, c'est a ; AC est m ; AD, b . D'où $AD \times BC = b(m-a)$; $AB \times CD = a(b-m)$; l'égalité de ces produits $b(m-a) = a(b-m)$ équivaut à la proportion $(m-a) : a = (b-m) : b$, connue sous le nom d'harmonique.

Or (signes non compris) $AD \times BC = AB \times CD$ donne pareillement $AD : AB = CD : CB$, dont le sens est clairement que la place de A relativement à D et B est aussi celle de C envers ces mêmes points. Que les noms soient bien distribués, et la rime devient raison.

- 74 Que le verbe de l'homme soit conscient de sa règle, et il le sera de son pouvoir. La mémoire des raisons a les mots pour indices. N'est-il pas bon de savoir *qu'involunté* veut dire glissement dans l'intervalle BD d'un point qui sous le nom de C tiendra le rôle de A ? Le langage est à faire depuis les connexions immédiates, ou les premières correspondances, les réciprocitys entre couples de points. La simplicité de la droite libère l'attention au profit du discours qui met dans sa topologie les richesses futures de l'espace. Pourquoi pas le dépassement de la géométrie ? Quatre points en involunté donnent à distance finie trois pièces consécutives « dont la quelconque extreme est à la mitoyenne comme la somme des trois est à l'autre extreme¹⁷⁹ » ; l'un d'eux va-t-il à l'infini, et le *nœud* couplé devient *souche*, également distant des deux autres, milieu de leurs *branches* égales : sa disparition fait revenir dans le point à lui associé une fonction qui s'était perdue lors de l'indépendance, établie par Desargues¹⁸⁰, des relations à l'égard du point origine. La géométrie maintenant s'écoute, comme le Verbe en son temps a su faire tendre l'oreille : il était *souche* pour les *rameaux* ; sa venue a libéré l'homme ; son départ veut que les *rameaux* à leur tour deviennent *rejetons*, comme lui enfants de Dieu¹⁸¹, seigneurs de toutes choses.

NOTES

1. Charles BRUNOLD, *Esquisse d'une pédagogie de la redécouverte dans l'enseignement scientifique*, Paris Masson 1947. Sur son état actuel, voir Jean-Pierre DESPIN et Marie-Claude BARTHOLY, *Le Poisson rouge dans le Perrier* Limoges Critérion, 1983.

2. R-P. Joannis Francisci NICERONIS... *Thaumaturgus Opticus Seu Admiranda Optices... Catoptrices... Dioptrices...* ; Paris, Langlois 1646. Le *Catalogus authorum qui ex instituto de perspectiva artificiali seu practica scripserunt* est aux pages 219 et 220. Sur l'auteur Jean-François Nicéron (Paris 1613-Aix 22 septembre 1646) entré à dix-neuf ans dans l'ordre des Minimes et lié au Père Mersenne, professeur de mathématiques puis inspecteur de l'ordre, les études sont plutôt rares. Nous citerons plus loin celle de Robert LENOBLE, *Roberval « éditeur » de Mersenne et du P. Nicéron* (*Revue d'histoire des Sciences*, 1957, pages 235 à 254).

3. La perspective curieuse ou magie artificielle des effets merveilleux de l'Optique par la vision directe, la Catoptrique par la réflexion des miroirs plats, cylindriques et coniques, la Dioptrique par la refraction des cristaux... par le P. F. Jean-François NICERON Parisien de l'Ordre des Minimes, à Paris chez Pierre Billaine, 1638. La *Préface et avertissement au Lecteur* ne distingue pas entre hommes de métier et savants, à quoi se prête le rôle historique de Desargues ; on trouve dans la suite Apollonius (p. 23) Alhazen et Cardan (p. 99) Euclide (p. 5, 8, 55, 78). Les deux mentions faites de Descartes, aux pages 101 et 119, posent un problème supplémentaire : dans la seconde édition française, que Lenoble a datée de 1651 ou 1652 (selon la permission, l'approbation, l'achèvement d'imprimer d'une part, et le frontispice d'autre part, mais sans faire état de la page de titre qui porte MDCLXIII) elles ont été l'une alléguée et l'autre supprimée dans les passages correspondants, aux pages 174 et 187-188 ;

que ces deux modifications, de toute façon postérieures aux décès de Nicéron (1646) et de Mersenne (1648) soient imputables à Roberval, nous acceptons de le suggérer.

4. ...*Mathematico dello studio di Bologna*...

5. *Instruction en la Science de Perspective* par Henry Hondius en la Haye 1625.

6. *La Perspective spéculative et pratique où sont demonstrez les fonde mens de cet art...* mise au jour par Estienne MIGNON professeur és Mathematiques, à Paris 1643.

7. *La Perspective avec la raison des ombres et miroirs* par Salomon de CAUS... à Londres 1612.

8.*proportions, mesures, esloignemens ...* par G.D.L. à Paris 1636 ; sur le titre exact de cet ouvrage, voir René TATON, *L'œuvre mathématique de G. Desargues* P.U.F. Paris 1951, page 67.

9. *La perspective curieuse* 1638, p. 12.

10. La Minerve de Phidias « ...après avoir été mesprisee du vulgaire des Athéniens et postposée à celle d'Alcamenes, lors que l'une et l'autre estoit encore entre les mains de son autheur, depuis estant eslevee sur un haut stylobate, luy fut preferée et remplit les esprits d'estonnement »... *op. cit.*, p. 73.

11. *Op. cit.*, Préface (non paginée) 2^e page.

12. *Op. cit.*, p. 12.

13. *Op. cit.*, p. 16 ; explications techniques p. 13 et 14.

14. - La *Géométrie* de Descartes recherche évidemment la nature des courbes. Mais la façon de les tracer apporte une donnée décisive pour la connaissance de celles-ci, selon qu'elle consiste à trouver indifféremment tous leurs points, ou bien *plusieurs* qui ne leur sont pas *propres* et coïncident seulement avec *quelque mesure plus simple* (édition Adam et Tannery, tome 6, pages 411-412). Cette définition d'*espèce* (*ibidem* p. 411) pourrait être illustrée par l'exemple de la quadratrice (évoquée *ibidem* p. 390) qui est faite des intersections, dans un quart de cercle donné, d'un rayon et d'une parallèle au diamètre initial : le mouvement angulaire de l'un, le mouvement de translation de l'autre, uniformes mais indépendants, ne permettent qu'un repérage par dichotomies réitérées. On complète plutôt qu'on ne progresse : l'intuition y est si restrictive qu'on a oublié très longtemps de prolonger la courbe au-delà du premier quart de cercle (voir Roberval *Observations sur la composition des mouvemens et sur les moyens de trouver les touchantes des lignes courbes*, recueil académique, 1693).

15. *Le premier livre de la perspective curieuse* (1638) : propositions III-V (le cercle), VI et corollaires (les hauteurs), VII-XII (cube sur sa base, tétraèdre, octaèdre, cube sur un sommet, dodécaèdre, icosaèdre), XIII (corps composés), XIV (corps irréguliers disposés régulièrement).

16. *La Perspective curieuse* (1638) pages 16 et 17.

17. Ajoutons cette suppression au compte de Roberval ouvert par R. LENOBLE (art. cité aux notes 2 et 3 ci-dessus).

18. Cinquième page de la *Préface*, et plus loin p. 39 et 86.

19. Le partage en moyenne et extrême raison (*Elément* II, proposition 11) est au centre de deux catégories de problèmes : l'*application* (VI, 30) à rapprocher de I, 44 et de VI, 27 ; la construction du décagone régulier (IV, 10 et XIII, 9) et l'inscription du pentagone équilatéral et équiangle (IV, 11 puis XIII, 7-11) ; d'où l'étude du dodécaèdre (XIII, 17-18). Mais de plus il est essentiel pour la réflexion théorique sur la réversibilité (XIII, 1 à 5) et sur l'irrationalité (XIII, 6 et XIII, II, et tout l'*Elément* X).

20. Livre premier de *la Perspective curieuse* (1638) prop. XII, page 39 : si un icosaèdre est mis en perspective perpendiculairement « sur l'un de ses angles solides » le sommet situé sur le plan géométral, étant celui de cinq triangles, y figure comme le centre d'une étoile de cinq rayons, chevauchée par l'étoile du sommet opposé. La projection serait différente si le corps reposait sur un de ses faces (elle serait hexagonale).

21. *La Perspective curieuse* (1638) Préludes géométriques, proposition VII, pages 8-9. Nicéron procède sur le rayon comme Euclide en II, 11, pour construire dans un premier temps $R\sqrt{5}$ sur 2. Il énonce les résultats mais n'en donne pas l'explication. De même livre premier p. 40.
22. Le côté du décagone est la base d'un triangle isocèle dont l'angle au sommet est égal à $360 : 10 = 36$ degrés, chaque angle de la base étant égal au double. Étant le grand segment d'un partage du rayon en moyenne et extrême raison, il est la racine $R(\sqrt{5}-1)$ sur 2 de l'équation $x^2 = R(R-x)$, l'autre racine $R(\sqrt{5}+1)$ sur 2 étant le côté du décagone étoilé. Si l'on ajoute (Euclide XIII, 9) le rayon R au côté $R(\sqrt{5}-1)$ sur 2, la somme R sur 2 $(\sqrt{5}+1)$ est partagée de la même manière entre R et $R(\sqrt{5}-1)$ sur 2. Si l'on porte sur deux demi-droites à partir de leur sommet commun R d'une part, et d'autre part les deux racines, la figure obtenue exige d'être comparée à un triangle rectangle, par sa propriété métrique $R^2 = R(\sqrt{5}-1)$ sur 2 $\times R(\sqrt{5}+1)$ sur 2.
23. *La Perspective curieuse* (16385), p. 8.
24. Dernière page de la *Préface*, voir également *op. cit.*, p. 94.
25. Le problème est posé p. 83 ; la réponse est dans une *practique mechanique* (p. 97) supérieure au treillis (p. 88).
26. *Op. cit.*, p. 93.
27. L'expression est page 63. Tables et formules sont l'objet du *Second livre* (*op. cit.*, pages 50 à 73). Les cartons ajourés par points (d'où le nom de *poncifs* : pages 54, 69-71, 93) sont (comme en tapisserie) des pré-représentations.
28. *Op. cit.*, première page de la *Préface*.
29. *Op. cit.*, (1638) p. 13 et p. 15 ; *Thaumaturgus opticus* (1646) p. 28.
30. *Op. cit.*, (1638 p. 102) ; 2^e édition p. 175. Voir, dans l'article cité de Lenoble, aux pages 246-250, les passages de même sens dus à Roberval, dans *L'Optique et la Catoptrique* de Mersenne (1651) livre second, proposition IV en entier.
31. *Op. cit.*, (1638) avant-dernière page de la *Préface*.
32. - Pierre LE MOYNE, Carte de la cour (*Entretiens et lettres poétiques*, Paris 1655) reproduite dans Jean ROUSSET *Anthologie de la poésie baroque française*, Paris 1961, tome II, pages 52-33. Pour les correspondances qui suivent, voir même recueil I 46, 155, 218 ; II, 53, 59, 185-195, 275 ; et Gisèle MATHIEU-CASTELLANI, *Eros baroque* (Union générale d'éditions, 1979), pages 89, 138, 144, 152, 245, 283, etc.
33. ALBERTI (1404-1484) *Trattati in cifra* Rome 1480 ; *De pictura* Bâle 1540, *De re aedificatoria* 1485 ; Kircher *Polygraphia seu artificium linguarum*, Rome 1663 ; *Ars magna lucis et umbrae*, Rome 1645 et 1646 ; [NICERON] F.I.F.N.P.M. *L'interprétation des chiffres ou reigle pour bien entendre et expliquer facilement toutes sortes de chiffres simples*, Paris 1641.
34. Pour PORTA (1540-1615) livre XVI de la 4^e édition (Naples 1589) pour Schott (1608-1666) quatrième volume (1659).
35. *Traicté des chiffres ou secretes manieres d'escrire* par Blaise de Vigenère, Bourbonnois ; Paris 1586, 1587. Les pages de droite étant seules numérotées nous les citerons comme feuilles, ayant recto et verso.
36. Jean TRITHEIM (1462-1516) entré par hasard dans l'asile des bénédictins de Spanheim, devenu leur abbé en 1483 : *Polygraphiae libri VI*, Oppenheim 1518 (traduction française par Gabriel de Collanges Paris 1561) ; *Steganographia* Francfort 1606.
37. Que Vigenère écrit Belasio (36 r et v, 186 r) : *Il vero modo di scrivere in cifra* a été édité trois fois (1553, 1557 et 1564).
38. *Cryptomenytices et cryptographiae libri IX*, 1624 ; l'auteur y prend le nom de Gustavus (anagramme de son prénom Augustus) Selenus ; ami d'Henri IV, dit-on ; bienfaiteur de la bibliothèque de Wolfenbüttel.
39. La meilleure bibliographie se trouve dans le *Traité de Cryptographie* d'André LANGE et E-A. SOUDART, (Paris, Alcan, 1935) pages III à XIV. Non négligeable est toutefois celle qui termine *Les*

secrets de nos pères, recueillis par le bibliophile Jacob, volume II, *La Cryptographie* (Paris 1858) pages 242 à 251.

40. C'est-à-dire le serviteur d'une bonne partie d'entre elles, selon le manuscrit que cite Henri MARTIN : *Histoire de France*, tome IX (de la 4^e édition) page 472 note.

41. Le 12 mai 1588.

42. L'article *Vigenère* dans la *Nouvelle biographie générale* de HOEFER (tome 46, Paris 1866) colonnes 140 et 141, et le *Journal de l'Estoile* ont de quoi satisfaire les amateurs de médisances, qui pourront lire ensuite les *Pseaumes pénitentiels de David*, qu'il a mis en *prose mesurée*, (*Poètes du XVI^e siècle*, collection de La Pléiade, pages 961 à 996).

43. VIGENÈRE, *Traicté des Cometes* (1578), p. 7.

44. On appelle clef la suite de signes donnant pour chaque lettre du clair (dans un chiffre de substitution) la référence de l'alphabet (ordonné ou désordonné) où doit être cherchée la lettre correspondante : elle est littérale chez Vigenère, faite d'un mot ou d'une phrase ; numérale chez Kircher et Schott. Le chiffre de Jules César (dont Descartes donne un exemple au livre IV des *Principes*, paragraphe 205) peut être considéré comme ayant une clef constituée d'un signe unique. On peut encore concevoir l'usage d'une clef dans un chiffre de *transposition* (chaque signe renvoyant à un emplacement) comme on le voit dans le livre d'Augustus SELENUS (nommé ci-dessus note 38) aux pages 28 et 29, sous le titre suggestif de *projection arbitraire*.

45. Pour tout ce passage, *Traicté des chiffres*, feuilles SIR, 47 r, 47 v-48 r.

46. *Op. cit.*, 55 v et 155 r ; Ancien Testament, Malachie 3, 6. Pour la suite de l'alinéa 57 v, 15 v et 155 r et v.

47. Les anagrammes sont des transpositions (*op. cit.*, 190 v-191 r) qui faute d'être réglées ne s'appellent pas des chiffres. Elles sont conduites par la recherche d'un sens : voir celles que cite BERNASCONI, *Histoire des énigmes* (coll. Que sais-je ? n°1087) pages 57 à 64. Elles peuvent être inspirées par la vénération, comme celles qu'on lit au début du *Thaumaturgus opticus* (voir ci-dessus note 2) sur le nom (et à la mémoire) de Jean François NICERON mort à trente-trois ans au service de son ordre. Une vierge inaccessible a pu la susciter à l'égal d'un jeune martyr : le sonnet de Marc DE PAPILLON reproduit dans *Eros baroque* (page 102) s'adresse, rappelons-le, à une bénédictine. Il en reste quelque chose dans la préciosité : sous les expressions contournées passe encore la voie du Même.

48. *Op. cit.*, 53 r ; ARISTOTE, *Métaphysique*, H 3 1044a, 1-2 et 10-11.

49. *Op. cit.*, 45 r et 86 r.

50. *Op. cit.*, 52 v ; *Éthique à Nicomaque*, livre deuxième, VI, § 14.

51. Exode 32, 15 : « les tables étaient écrites des deux côtés... et l'écriture était l'écriture de Dieu » ; cf. Apocalypse 5, 1 : « puis je vis dans la main droite de celui qui était assis sur le trône un livre écrit au dedans et au dehors, scellé de sept sceaux » ; Vigenère lui-même, feuilles 44 v-45 r, 47 v, 256 v : « le monde intelligible surpasse la concavité des cieux », « l'écriture des anges est placquée dans le creux et voulté du ciel, qui est ce que nous pouvons voir d'icy ; et celle du souverain Dieu sur le dos et convexité d'iceluy, hors du monde sensible en la partie extérieure, si cela se doit ainsi appeler... » Pour l'ensemble qui précède, *op. cit.*, 23 r, 37 v, 37 r et 47 r.

52. Ou encore *treillis*, feuille 257 r.

56 En souvenir du latin *largiri*, et des *largesses* ; voir 57 v et 58 r le binaire comme symbole de l'effusion et de l'amplification, 61 v le nombre trente-deux (cinquième puissance de deux) « dédié à la justice distributive ». Voir aussi 51 r l'antithèse avec *recueillir* ; sur expansion et concentration, 58R, 115R et la suite ; on notera les mots *débile* (117 r) *raréfaction* (119 r).

53. « Toute cette esriture au reste dépend du seul ordre, soit des estoilles, soit des points, ou semblables notes tenans lieu de lettres, et de leur collocation et assiette... » *Op. cit.*, 257 r ; voir 256 r, « l'assiette des pièces » sur un échiquier, et 263 r « l'ordre et l'arrangement » opposés aux « figures ».

54. *Op. cit.*, 192 v. Pour ce qui suit voir 193R et 46 v-47 r.

55. - Sur le λόγος, 2 v-3 v : « Or ceste parolle assistee de la raison est en nous, ce qu'en la divinité la premiere emanation eternelle... Double au reste ; l'une animee de vive voix... Et l'autre, assavoir l'écriture, qui fait l'office de la parolle, comme muette et taisible, separee à part hors de nous... L'écriture au surplus est double ; la commune dont on use ordinairement ; et l'occulte secrete, qu'on déguise d'infinies sortes... »

56. - En souvenir du latin *largiri* et des *largesses* ; voir 57 v et 58 r le binaire comme symbole de l'effusion et de l'amplification, 61 v le nombre trente-deux (cinquième puissance de deux) « dédié à la justice distributive ». Voir aussi 51 r l'antithèse avec *recueillir* ; sur expansion et concentration, 58 r, 115 r et la suite ; on notera les mots *débile* (117 r) *raréfaction* (119 r).

57. *Op. cit.*, 117 r.

58. *De dignitate et augmentis scientiarum* (1623) livre VI, chapitre premier. *Œuvres philosophiques, morales et politiques* de François Bacon (Paris 1843) pages 150-152.

59. « Si vous placez deux lettres en cinq lieux différents, vous aurez trente deux différences » (*Œuvres...*, p. 151) : cinq cases à remplir chacune de deux façons donnent 2^5 possibilités. Le nombre vingt-quatre est ici celui des diversités à couvrir : sa provenance est empirique. Pour Vigenère $24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$ (que nous écrivons 4 !) somme des transpositions de quatre lettres « pourvu qu'elles soient différentes » (*Traicté des chiffres*, 190 r). Sur la factorielle et l'exponentielle, voir 190 r à 192 r ; sur le redoublement (qui est le cas des anagrammes) 190V.

60. - Proposée par Bacon lui-même, *loc. cit.*, (*Œuvres...*, 151 et 152), et mise en œuvre par les obstinés baconiens pour la lecture de Shakespeare (dans l'édition de 1623, exactement contemporaine du *De dignitate...*) : on s'en instruira brièvement dans Fletcher Pratt *Histoire de la cryptographie* (Paris Payot 1940) pages 86-114.

61. *Traicté des chiffres*, 243R.

62. « C'est de la *stéganographie* que pratiquaient nos pères, *artificium sine secreti latentis suspicione scribendi*, plutôt que de la *cryptographie*, dans le sens que nous attachons aujourd'hui à ce mot... *ars occulte scribendi* » (KERCKHOFFS, *La Cryptographie militaire*, Paris 1883, cité par André Lange et E-A. SOUDART, page 4 du *Traité de cryptographie*). L'ouvrage d'Augustus Selenus (ci-dessus note 38) se termine par des exemples qui le font entrer dans cette catégorie, propre à être modernisée comme dissimulation de la dissimulation.

63. *Mathematica mathematicis scribuntur* : ce qui était modestie de la part de Copernic à la dernière page de sa *Praefatio authoris* deviendrait ici prétention, et revirement inexplicable (voir ci-dessus appel de la note 18). Rappelons que la défense d'entrer adressée aux non-géomètres figure sur la page de titre du *De revolutionibus orbium coelestium* (1543).

64. Voir ci-dessus note 33 ; l'opuscule (90 pages) ne se donne pas pour original : ...tiré de l'Italien du Sr. Ant. Maria Cospi, Secrétaire du grand Duc de Toscane.

65. Assurément indispensables, cf. André LANGIE *De la cryptographie* (Payot 1918) pages 217 à 248, et Fletcher Pratt *op. cit.*, (ci-dessus note 60) pages 263-291 ; mais enfin un peu élémentaires : LANGIE et SOUDART pages 20-21 de leur *Traité de Cryptographie* les trouvent chez ALBERTI en 1480 et Siconda SIMONETTA en 1474.

66. Selon Charles PERRAULT (*Les Hommes illustres qui ont paru en France pendant ce siècle*, Paris 1697, pages 57-58) Antoine Rossignol serait né « dans la Ville d'Alby le premier jour de l'année 1600 », et mort « maistre des comptes » à quatre-vingt trois ans. En fait ce héros éponyme, dont le nom est devenu commun appliqué aux passe-partout, demeure un inconnu (absent de la biographie générale de Hoefer). Appelé d'Albi pendant le siège de Réalmont en 1626, un poème suspect ayant été trouvé sur un homme pris entre les lignes, il le déchiffre comme un appel des assiégés à leurs alliés ; Condé renvoie le porteur avec la traduction, et la ville aussitôt se rend. Le même succès à La Rochelle fit qu'il eut à créer le service du chiffre, où son fils, puis son petit-fils, passent pour lui avoir succédé.

67. NICERON, *op. cit.*, notes 33 et 64, page 3.

68. *Poscit haec res peculiare quoddam ingenii acumen* (lettre à Leibniz du 16 janvier 1699. Les textes que nous utilisons sont au tome IV (erste Abtheilung, Halle 1859) des *Leibnizens mathematische Schriften* : les demandes de Leibniz sont aux pages 14, 27, 42, 44-45, 65, 70, 73-74 et 82 ; les réponses de Wallis aux pages 19, 39, 60-61, 76. Ces dernières sont-elles trop habiles ? Le fait est qu'elles n'oublient pas *l'histoire dans l'histoire* (méthode défensive chère aux agents secrets) la diversion créée par une prétendue lettre aux *Acta eruditorum* qui ne la mentionnent nulle part mais qui en revanche connaissent les prières de Leibniz, ni l'adresse de rendre inutile (par occultation de la démarche) la solution généreusement publiée p. 659 du tome III des *Opera mathematica* : *specimen insigne* (dit le compte rendu, mois de Mai 1700) *sed suppressa indagatio*. Vainqueur du chiffre des Français, Wallis ne travaille pas pour une cour allemande : il garde pour lui ses procédures, tout en feignant de ne pas se douter que Leibniz est un concurrent (p. 76) ou un adversaire en puissance.

69. COUTURAT, *Opusculs et fragments inédits de Leibniz*, Paris 1903, respectivement aux pages 162 et 37.

70. *ratiocinandi atque enuntiandi compendia* (*Ibidem* p. 36) ; *repertoria, indices, capita tractationis terminorum* (p. 163).

71. *Initia et specimina scientiae generalis*, in *Philosophische Schriften* (édition Gerhardt tome VII, p. 61).

72. Correspondance citée (note 68) p. 56 (le 29 décembre 1698) ; et encore p. 74 (*gloriae Tuae velificari*) le 24 novembre 1699.

73. Le journal *Le Monde* du dimanche 25 juillet 1982 publiait deux dessins semblables par l'arrière-pensée polémique et contraires par leur schéma (l'un centrifuge, l'autre centripète) : la ville en expansion (volume plus que surface) et l'homme en conversion, marionnette suspendue à la croix par des fils.

74. COUTURAT, *Opusculs...*, p. 37. *La Logique de Leibniz*, Paris, 1901, pages 254 et 255.

75. PLATON, *La république* VII, 527b.

76. *Neque enim leges intellectui aut rebus damus ad arbitrium nostrum, sed tanquam scribae fideles ab ipsius naturae voce latas et prolatas excipimus et describimus*. Épigraphe à Georg Cantor *Beitrag zur Begründung der transfiniten Mengenlehre*.

77. *Das Wesen der Mathematik liegt in ihrer Freiheit*, cité d'après les *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre* § 8, par A. SCHOENFELDES *Die Krisis in Cantor's mathematischem Schaffen* (*Acta mathematica* 50, p. 14).

78. LACROIX, *Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul intégral*, Paris 1802, page 22. Sur le nombre d'Euler voir *Histoire de la science* (collection de la Pléiade) p. 595.

79. BACHELARD, *L'œuvre de Jean Cavaillès* (in *L'Engagement rationaliste*, Paris 1972 pages 183-184).

80. Ce mot est de KEPLER (*Mysterium cosmographicum*, chapitre XII, édition Frisch volume premier, pages 140 et 145 : *duos nempe esse geometriae thesauros* ; le théorème de Pythagore est le support (*massa auri*) par le cube, la pyramide (tétraèdre) et l'octaèdre ; la proportion divine est la pierre précieuse, qui nous élève au décagone et aux grandeurs apparentées : sur ce point, qui est le rapport du dodécaèdre à l'icosaèdre, voir EUCLIDE XIII, 16 et 17.

81. La série F engendre une autre série F, comme le couple se répète dans les couples issus de lui : Matila C. GHYKA, *Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts*, Paris Gallimard 1927, pages 36-37, 66-71. KEPLER encore (*Strena seu de nive sexangula*, édition Frisch, volume VII, page 723) : *ad hujus proportionis se ipsam propagantis similitudinem puto effectam esse facultatem seminariam* ; sur cette fonction du nombre d'or, lettre à Joachim TANCK (*Litterae Kepleri aliorumque mutuae de rebus astrologicis*, édition Frisch volume premier p. 377) et, sur sa vocation d'ensemble, *Harmonices mundi liber primus* (définition XV à proposition XXVII) et *liber quintus* (caput II), édition Frisch volume V, pages 86-91 et 273-274.

82. Saint Thomas D'AQUIN *Somme théologique*, première partie, question 8, article 2, ad 3 ; question 76, article 8 en entier ; question 93, article 3 (*respondeo*) ; troisième partie question 46, article 7 (*respondeo*). L'identité de l'âme avec le sensible par les sens peut être considérée comme le complément cosmologique de cette thèse voir donc *Somme théologique* I q. 80, 1, 1 (*respondeo*) et q. 84, 2, ad 2.
83. A-T. VI, p. 375 ; EUCLIDE II, 11 ou XIII, 1 à 5. Le cercle n'intervient qu'en III, 36.
84. A-T. VI, pages 369 à 371. Parmi les citations qui suivent, le mot de *chiffre* a été signalé comme hapax.
85. A-T. X, page 378 ; *nec interesse utrum in numeris, vel figuris, vel astris, vel sonis, aliove quo vis objecto, talis mensura quaerenda sit (Regulae ad directionem ingenii, n°IV)*.
86. EUCLIDE V, définitions 3 à 10.
87. *Traicté des chiffres*, 160 verso.
88. *Traicté des chiffres*, 139 verso.
89. *Lois* X, 903 c, 906 a.
90. *Gorgias* 505 b, 506 de, 508 a.
91. *Lois* V, 737 a, 738 a.
92. C'est-à-dire 7 ! *Lois* VI 771 ac.
93. *La république* VIII, 546 b c d.
94. HÉSIODE, *Les Travaux et les jours* vers 90-96. PLATON, *Protagoras* 321 c. Cf. Louis SÉCHAN, *Pandora, l'Eve grecque* (Montpellier 1928).
95. *Le Politique* 274 c d.
96. *Timée* 36 a.
97. *Ménon* 76 a e.
98. EUCLIDE I, 24 et 25.
99. EUCLIDE XI, 20 et 21. Comparer avec *Timée* 55 a et *Lettre* VII 344 e.
100. LÉON BRUNSCHVIG, *Les Étapes de la philosophie mathématique*, page 339 ; la formule est de Lejeune-Dirichlet (1805-1859).
101. Tel est l'objet de l'antithèse entre les deux problèmes : la duplication (*Ménon* 82 b-85 b) et l'inscription, ordinairement négligée (*Ménon* 86 e-87 b). *Diagonale*, mot de *sophiste* (85 b) forme la transition.
102. CHASLES, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* (1837) 2^e éd., page 18. Maximilien MARIE, *Histoire des sciences mathématiques et physiques*, tome 1 (1883), pages 134, 140 et 141 ; ZEUTHEN, *Histoire des mathématiques dans l'Antiquité et le Moyen Age* (traduction 1902) pages 166 à 169 ; Pierre BOUTROUX, *Les Principes de l'analyse mathématique* (1914), tome I, pages 250, 491 ; *L'Idéal scientifique des mathématiciens* (1920), pages 72 et 74 ; Rouse BALL, *Histoire des mathématiques* (1927, traduction), tome premier, pages 82-84.
103. Normalien atypique, promotion 1837 ; donné dans l'annuaire de 1908 pour *professeur libre à Paris*, n'a jamais fait partie de l'association. *Géométrie analytique à trois dimensions* (Hachette 1872), en collaboration avec J. Bourget. *Les coniques d'Apollonius* (pages 1 à 40 du *Journal de mathématiques pures et appliquées*) sont le document que nous utilisons ; nos références principales sont aux pages 2, 17-18, et 39. La *figure*, définie aux pages 3 et 18, est le produit du côté droit par l'axe transverse.
104. *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum conici* (Anvers 1647), livre IV (*de ellipsi*) *ad definitionem quintam* (celle du *latus rectum*) ; la *figure* fait l'objet de la définition VI.
105. *La Géométrie* A-T. VI, pages 446-454.
106. *Opus geometricum...* p. 241 (*Argumentum* du livre IV) : *propositiones nonnullae... sunt Apollonii, sed via longe alia*.
107. *Op. cit.*, p. 865 (livre VIII) *in sinu suo amplissimae vastitatis*.

108. Page 219 *neque enim geometriae scientia terminis contineri potest, multoque minus exauriri* (*Argumentum* du livre II, sur les progressions géométriques).
109. Dernière page de la Préface.
110. CÉSALPIN (1519-1603) *Questions peripatéticiennes*, livre II ; traduction Maurice DOROLLE (1929) p. 173.
111. *Opus geometricum...*, préface : *neque sane sine ingenti admiratione aeterni etiam in minimis, artificii*.
112. *apte eleganterque. op. cit.*, p. 527.
113. Selon *Genèse* 2, 19.
114. Respectivement livre IV, 5^e partie, prop. CL p. 323 ; V, 7^e partie, CCXC, p. 491 ; VI, 7^e partie, CXCII, p. 633.
115. Pour une étude de ce mot, voir notamment *op. cit.*, p. 53 (passage du théorème au problème) ; p. 362 (propriétés réciproques).
116. Livre VI, 7^e partie, CCIX, p. 641.
117. Livre II, 1^{re} partie (progressions indéterminées) propositions XVII et XIX.
118. *Modo rationes similes assumantur*, Scholie de la pro XVII ; mais principalement proposition XVIII.
119. Il y a seulement des théorèmes communs : voir le Scholie de la pro XVIII.
120. Jean CAVAILLÈS, *Sur la logique et la théorie de la science*, p. 70.
121. *Uti enim nos nostri minime sumus, ita faetus etiam ingenii non nostri, minime nobis arrogandi sunt, quos Religioni obnoxios fecit professio* (dernière page de la Préface).
122. Livre 2, 1^{re} partie, pr. XXVII. Voir livre VII, 5^e partie, pro CLXIII et CLXV.
123. *Ibidem*, pro XXV.
124. Livre VI, *argumentum*, p. 527.
125. *Ibidem*, pr. CXXXIII. Cf. LACROIX, *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral* (2^e éd., 1810-1819), tome I, Introduction § 27 ; tome II § 490.
126. *Opus geometricum*, pages 664 à 702. La foi réaliste n'est pas moins maintenue : *Intentum itaque praesentis partis est, ostendere parabolae naturam eandem esse cum natura spiralis figurae*.
127. *Ibidem* p. 668.
128. Pages 670 (lignes) et 671 (aires).
129. *Opus geometricum...*, p. 668.
130. Voir le procès de cette illusion dans PASCAL, *Lettre de A. Dettonville à Monsieur A.D.D.S.* (Arnauld, docteur de Sorbonne) sur *l'égalité des lignes spirale et parabolique* (1658).
131. Heinrich WÖLFFLIN, *Renaissance et baroque*, première partie : La nature de la transformation stylistique ; chapitre 1. *Concepts fondamentaux de l'histoire de l'art*, I, linéaire et pictural.
132. *Sic in Du baroque* (NRF 1935), p. 135 ; sur les éons, voir pages 125, 134, 146, 158, 169, 194...
133. *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum cam* ; livre II, proposition LXXIX.
134. PLATON, *Parménide* 137 e.
135. *La géométrie*, livre second (A-T. VI, pages 392-395, 415) et livre troisième (A-T. VI, pages 477-484).
136. Le *Traité des indivisibles* suit effectivement la méthode développée dans les *Observations sur la composition des mouvemens, et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes courbes*. Sur tous ces textes, nous suivons le *Recueil des divers ouvrages de mathématiques et de physique des membres de l'Académie des Sciences*, de 1693.
137. PLATON, *La république*, IV, 436 b ; sur la toupie, 436 d e.
138. *Hippias majeur* 304 e.
139. DESARGUES (page 59 de l'ouvrage cité plus bas note 171) répondait aux provocations : « Moy je ne suis artisan de la main d'aucune sorte d'Art » ; la mise en garde de Platon (selon PLUTARQUE, *Vie de Marcellus*, § XXI) ne dit pas autre chose que la distance à garder envers l'exécution ; elle réserve

un domaine propre à la *conception*, où le critère est rigueur, comme en toute pensée : l'équerre inventée par Platon pour la duplication du cube n'est tâtonnante que dans la main qui l'applique. Plutôt que dans les lieux communs liant au fait de l'esclavage l'anti-mécanisme des anciens, on devrait s'instruire des passages où la recherche fondamentale confond la théorie et l'ingéniosité. La singularité (surfaite) de Pappus compte moins que le contenu *mathématique* de la *Collection*. Il est important de *relire*, dans cet esprit, les §§ VII à XI de son livre III, XVIII-LI du livre IV, dont le compliment sur Archimède et son *procédé admirable*, au § XXI.

140. A-T. VI, page 369 ; les formules qui suivent proviennent du livre II, pages 392-393, et 394 (pour l'équation du point à *discrétion*).

141. Discours second, A-T. VI, page 101.

142. *Op. cit.*, Chapitre IV, p. 334 (tirage de 1947).

143. *Variété II*, pages 27, 19 et 20 du tirage de 1940.

144. *Recueil* cité, p. 83.

145. DUHAMEL, attesté par Léon AUGER, *Gilles Personne de Roberval (1602-1675)*, Paris 1962, p. 63.

146. Nous suivons l'explication du *Traité des indivisibles* (*Recueil* cité, pages 191 à 193).

147. Lettre à Mersenne, 27 juillet 1638.

148. *Observations...*, in *Recueil*, pages 80-82.

149. Elle traite les points d'une droite au moyen d'un cercle tangent (dans la construction de Dioclès) ou bien les points d'un cercle au moyen d'un diamètre (dans la construction de Roberval). Les trois courbes ici évoquées sont étudiées respectivement dans les *exemples* 4 à 7, 9 et 10 des *Observations sur la composition des mouvements*. La cycloïde, sous le nom de trochoïde, et sa compagne font l'objet des exemples onzième et douzième.

150. Descartes A-T. VI, page 390.

151. Laurent DE LA HIRE (1606-1656) : *Le pape Nicolas V visitant le caveau de saint François d'Assise* (1630, musée du Louvre) ; *La Musique* (Metropolitan Museum, New York) ; dessinateur (*Histoire de saint Etienne*, au Louvre) ; graveur aussi (*La conversion de saint Paul*), très connu pour ses paysages ; reçu en 1648 à l'Académie de peinture. - Philippe DE LA HIRE (1640-1719), académicien en 1678 ; *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques* (1673) ; *Nouveaux elemens des sections coniques* (1679) réunis à divers opuscules ; *Sectiones conicae* (1685) ; on lui doit l'une des copies du *Brouillon projet* de Desargues ; voir son *éloge* par Fontenelle.

152. L'exemple qu'ont été Hippias et Antiphon, et que confirme le *Ménon* (85 b, 86 e-87 a) montre dans le sophiste un homme de métier, distingué du commun par son langage et sa technique.

153. Ep. 1679 (de même, le mot *éclaircissement*) ; les autres expressions appartiennent à l'*Epistre* de 1673.

154. *Les sections coniques*, *Préface* (1679), non paginée.

155. *Ibidem*.

156. 1679, pages 1 et 2.

157. 1679, construction proposée aux pages 55 et 57 ; nous n'avons que changé les lettres pour faciliter le rapprochement de l'ellipse et de la parabole.

158. 1679, figure de la page 115.

159. 1673, Avant-propos (non paginé).

160. Johan DE WITT (1625-1672).

161. 1679, pages 157 à 176.

162. Pages 8 à 16, propositions III à VI.

163. Reprise p. 20 de la figure précédente lors de la proposition IX « ...si par le point touchant P on mène une perpendiculaire PM à la touchante jusques à l'Axe en M. Je dis que la partie OM de l'Axe prise entre l'ordonnée PO et le point M, est égale à la moitié du Paramètre de l'Axe ».

164. Pages 55-56 et 115-116, proposition VIII.

165. Adam TANNERY, VI, p. 171 ; les figures sont aux pages 168, 170, 173.

166. *L'optique et la catoptrique du Reverend Pere Mersenne minime nouvellement mise en lumiere après la mort de l'auteur* (Paris M DCLII) page 90 ; si le texte est de Roberval (comme l'a prouvé Robert Lenoble, *Revue d'histoire des sciences* 1957, pages 235 à 254), la thèse appartient à tout le groupe.
167. *La Perspective curieuse* (1638) pages 54 et 56.
168. 1673, pages 1 à 15.
169. 1673, Avant-propos (non paginé).
170. *Ibidem*.
171. Au sens propre, ce sont des lectures qui sont faites après les psaumes au cours des trois *Nocturnes* de la semaine sainte. Elles sont tirées notamment des lamentations de Jérémie, et des épîtres de saint Paul, aux Corinthiens et aux Hébreux. On a longtemps cru que ces mots étaient le titre d'un travail que nous n'aurions plus : voir *L'œuvre mathématique de G. Desargues* par René Taton (1951), pages 46-48, 68. Mais Desargues, ou l'un quelconque de ses contemporains, pouvait-il songer à assumer publiquement un emprunt aussi cavalier à la liturgie de la Passion ? On ne s'en est guère inquiété. Au contraire il est fort possible que l'idée soit venue à quelques détracteurs de son œuvre de lui imposer ce surnom, surtout s'ils avaient, eux, perçu la résonance théologique du vocabulaire arguésien, confirmée par la symbolique du point à distance infinie (p. 120 de l'ouvrage cité), dont le signe est *au milieu* des autres (selon ce qui est dit en Mathieu 18, 20).
172. 1673, page 75.
173. *Ibidem*.
174. 1673, page 78 ; cf. page 80.
175. 1673, figure 32 notamment.
176. Cinquième livre, propositions 1, 2, 3, 4, etc.
177. 1673, Avant-propos.
178. 1673, page 1, définition.
179. Desargues, in *op. cit.*, note 171, p. 120.
180. *Id.*, *ibid.*, p. 110.
181. Jean I, 12 ; 15, 1 à 5 ; cf. Psaume 128, 3. Paul I Cor. 2 ; 15 et 3, 22-23.

AUTEUR

FRANCIS COURTÈS

Université de Montpellier